

Ion Achiri

Andrei Braicov

Olga Șpunteco

Matematică

Manual pentru clasa a



Manualul a fost aprobat prin ordinul Ministrului Educației al Republicii Moldova nr. 652 din 8 iulie 2011.

Manualul este elaborat conform curriculumului disciplinar și finanțat din resursele financiare ale Fondului Special pentru Manuale.

Acest manual este proprietatea Ministerului Educației al Republicii Moldova.

Școala/Liceul				
Manualul nr.				
Anul de folosire	Numele și prenumele elevului	Anul școlar	Aspectul manualului	
			la primire	la returnare
1				
2				
3				
4				
5				

- Dirigintele clasei va controla dacă numele elevului este scris corect.
- Elevii nu vor face niciun fel de însemnări în manual.
- Aspectul manualului (la primire și la returnare) se va aprecia: *nou, bun, satisfăcător, nesatisfăcător*.

Toate drepturile asupra acestei ediții aparțin Editurii *Prut Internațional*.
Reproducerea integrală sau parțială a textului sau a ilustrațiilor din această carte este permisă doar cu acordul scris al editurii.

Autori: *Ion Achiri*, doctor, conferențiar universitar, IȘE
Andrei Braicov, doctor, conferențiar universitar, UST
Olga Șpunteco, profesoară, grad didactic superior, Liceul Teoretic „Gaudeamus”, Chișinău

Comisia de evaluare:

Dumitru Cozma, doctor, conferențiar universitar, UST
Valeriu Baltag, doctor, grad didactic superior, Liceul Academiei de Științe a Moldovei, Chișinău
Radion Blându, profesor, grad didactic superior, Liceul Teoretic „Mihai Eminescu”, Bălți
Nichita Holban, profesor, grad didactic I, Liceul Teoretic „Vasile Alecsandri”, Chișinău
Vasile Cosovan, profesor, grad didactic I, Liceul Teoretic „Ion Creangă”, Fălești

Redactor: *Andrei Braicov*
Corector: *Elena Burinschi*
Copertă: *Adrian Grosu*
Paginare computerizată: *Valentina Stratu*

© Editura *Prut Internațional*, 2017
© I. Achiri, A. Braicov, O. Șpunteco, 2017

Editura *Prut Internațional*, str. Alba Iulia nr. 23, bl. 1 A, Chișinău, MD 2051
Tel.: (+373 22) 75 18 74; tel./fax: (+373 22) 74 93 18; e-mail: editura@prut.ro; www.edituraprut.md

Descrierea CIP a Camerei Naționale a Cărții

Achiri, Ion

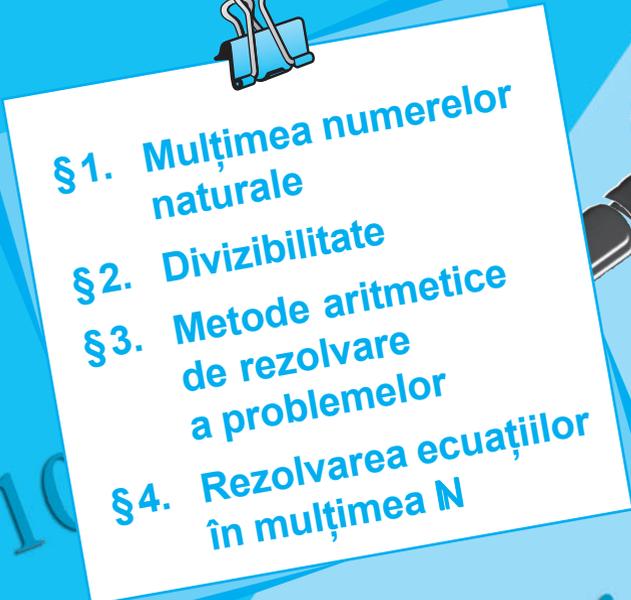
Matematică: Manual pentru clasa a VI-a / Ion Achiri, Andrei Braicov, Olga Șpunteco; comisia de evaluare: Dumitru Cozma [et al.]; Ministerul Educației al Republicii Moldova. – Chișinău: *Prut Internațional*, 2017 (F.E.-P. „Tipografia Centrală”). – 244 p.

ISBN 978-9975-54-300-2

51(075.3)

A 16

NUMERE NATURALE. RECAPITULARE ȘI COMPLETĂRI

- 
- §1. Mulțimea numerelor naturale
 - §2. Divizibilitate
 - §3. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor
 - §4. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea \mathbb{N}



1

2

3

4

5

$a : 10$

$a : 5$

... '101' '001' '000' '11' '01' '16' '8' '9' '2' '1' '0' '3' '4' '5' '6' '7' '8' '9'

$a : 2$

§1 Mulțimea numerelor naturale

1.1. Propoziții adevărate. Propoziții false. Recapitulare și completări



Toate propozițiile
Înțeleptului sunt
adevărate.



Vrăjitorul Rău minte
permanent.



Despre enunțurile formulate
de Clovnul Regal nu putem
spune dacă sunt
adevărate sau false.

Cărui personaj îi poate aparține enunțul?

- Timpul nu poate fi oprit.*
- Timp vesel.*
- Timpul poate fi oprit.*

Argumentați răspunsul.



Ne amintim

Se numește **propoziție** (matematică) un enunț despre care are sens să spunem că este adevărat sau că este fals.

Dacă o propoziție este adevărată, se spune că ea are valoarea de adevăr „Adevăr” (se notează cu „A” sau cu „1”). Dacă o propoziție este falsă, se spune că ea are valoarea de adevăr „Fals” (se notează cu „F” sau cu „0”).

Cercetăm și descoperim

1 Aflați valoarea de adevăr a propoziției:

① În Republica Moldova, anul de învățământ începe la 1 septembrie.

• Puneți *nu* în fața verbului din propoziția ①.
Scrieți propoziția obținută și aflați valoarea ei de adevăr.

② . —



Rețineți!

Propoziția ② este **negația propoziției** ①.

Negația unei propoziții se obține punând **nu** în fața verbului acesteia.

Negația unei propoziții adevărate este o propoziție falsă, iar negația unei propoziții false este o propoziție adevărată.

Exersăm

Formulați:

- o propoziție adevărată și negația ei;
- o propoziție falsă și negația ei.

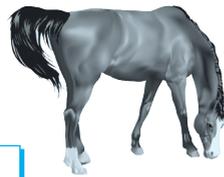
Cercetăm și descoperim

• Propozițiile sunt *generale* și *particulare*:

Toate animalele
reprezentate în desen
au coadă.



Calul are
coadă.



2 Aflați valorile de adevăr ale propozițiilor:

- Toate animalele reprezentate în desen pot înota.
- Crocodilul poate înota.
- Unele dintre animalele reprezentate în desen pot înota.

Care dintre propozițiile a), b), c) sunt generale? Care sunt particulare?

- Formulați: a) o propoziție generală adevărată;
b) o propoziție particulară adevărată.

3 Completați cu unul dintre cuvintele: „Toți”, „Toate”, „Unii” sau „Unele” astfel încât propoziția obținută să fie adevărată.

- elevi(i) din clasa noastră sunt pasionați de matematică.
- numere(le) pare sunt divizibile cu 2.
- numere(le) naturale sunt mai mari decât 10.

Rețineți!

Din **propoziții simple**, cu ajutorul cuvintelor *și*, *sau*, *nu*, *dacă...*, *atunci*, se formează **propoziții compuse**.

4 Completați cu una dintre expresiile: „Cel mult”, „Cel puțin”, „Oricare ar fi”, „Există”.

- a) trebuie de rezolvat 5 exerciții la matematică.
- b) numere pare și numere impare.
- c) numărul, dacă cifra unităților lui este 5, atunci este divizibil cu 5.

5 Completați cu unul dintre cuvintele: „Unii”, „Unele”, „Toți”, „Toate”.

- a) colegi(i) de clasă sunt prieteni.
 - b) numere(le) sunt prime.
 - c) numere(le) naturale sunt mai mari decât 0.
 - d) elemente ale mulțimii $A = \{a, b, c\}$ aparțin mulțimii $B = \{1, a, 5, c\}$.
- Aflați valorile de adevăr ale propozițiilor obținute.

6 Formulați câte o propoziție adevărată și una falsă cu fiecare dintre expresiile: „Cel mult”, „Cel puțin”, „Oricare ar fi”, „Există”, „Unii”, „Toți”.

- a) Determinați valorile de adevăr ale propozițiilor simple:
Numărul 8 se împarte exact la 2.
Numărul 8 se împarte exact la 3.
 - b) Formulați propozițiile compuse: ① și ②; ① sau ②; Dacă ①, atunci ②; Dacă ②, atunci ①.
 - c) Determinați valorile de adevăr ale propozițiilor compuse obținute. Discutați rezultatele primite.
- Formulați:
a) două propoziții simple; b) două propoziții compuse.

1.2. Mulțimi. Operații cu mulțimi

1 Căreia dintre mulțimile enumerate îi aparține: copacul; greierașul; spiridușul?

A – mulțimea insectelor;

B – mulțimea personajelor din poveste;

C – mulțimea plantelor;

D – mulțimea naturii vii.



Numiți încă două elemente care să aparțină fiecăreia dintre mulțimile A, B, C, D .



Ne amintim

Mulțimea este o totalitate de obiecte bine determinate și distincte, numite **elementele** mulțimii. Mulțimile se notează cu literele mari ale alfabetului latin: A, B, C, D etc.

Elementele unei mulțimi se scriu între acolade:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Mulțimea fără niciun element se numește **mulțime vidă** și se notează cu \emptyset .

LUCRĂM ÎN PERECHE!



2 Fie mulțimile:

$$M = \{a, b, c, d\}$$

$$P = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 3\}.$$

A – mulțimea zilelor săptămânii;

B – mulțimea zilelor de odihnă ale săptămânii.

D :



- Determinați modul de reprezentare a fiecărei mulțimi.
- Indicați mulțimile finite și infinite.
- Aflați card M , card A și card \emptyset .



Ne amintim

Numărul de elemente ale unei mulțimi M este **cardinalul mulțimii** M .

Se notează: card M .

$$\text{card } \emptyset = 0.$$

d) Reprezentați mulțimile A și B , prin enumerarea elementelor:

$$A = \{ \text{[red box]}, \text{[red box]}, \text{[red box]}, \text{[red box]}, \text{[red box]}, \text{[red box]}, \text{[red box]} \};$$

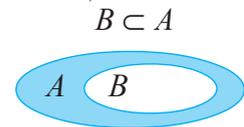
$$B = \{ \text{[red box]}, \text{[red box]} \}.$$



Ne amintim

Mulțimea B se numește **submulțime** a mulțimii A dacă orice element al mulțimii B este și element al mulțimii A .

Mulțimile A și B se numesc **mulțimi egale** dacă ele conțin aceleași elemente.



3 Observați desenul.



Completați astfel încât să obțineți propoziții adevărate:

$$[FE] \cap [CD] = [CE]$$

$$[FE] \cup [CD] = [FD]$$

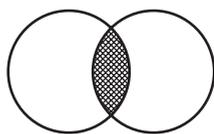
$$[FC] \cap [ED] = \text{[red box]}$$

$$[CE] \cup [ED] = \text{[red box]}$$



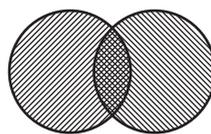
Ne amintim

$A \cap B$



Intersecția mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \cap B$ ce conține elementele comune ale mulțimilor A și B .

$A \cup B$



Reuniunea mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \cup B$ ce conține elementele care aparțin cel puțin uneia dintre mulțimile A sau B .

4 Analizați și completați tabelul:

Mulțimile			
A	B		
Mulțimea cărților din biblioteca personală	Mulțimea manualelor din biblioteca personală		$B \subset A$
Mulțimea păsărilor			$A \cap B = \emptyset$
$\{1, 3, 5, 7, 9\}$	$\{1, 2, 3, 4\}$		$A \cup B =$ <input type="text"/> $A \cap B =$ <input type="text"/>

Cercelăm și descoperim

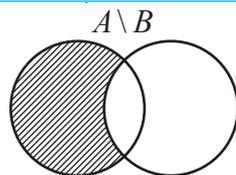
$A = \{s, a, l, u, t\}$, $B = \{s, a, c\}$, $C = \{l, u, t\}$. $C \subset A$, $l \notin B$, $u \notin B$, $t \notin B$.

C – mulțimea elementelor mulțimii A care nu aparțin mulțimii B .

C – diferența mulțimilor A și B .

Rețineți!

Diferența mulțimilor A și B este o nouă mulțime $A \setminus B$ care este alcătuită din toate elementele ce aparțin mulțimii A și nu aparțin mulțimii B .



Rezolvăm și comentăm

5 Fie mulțimile: $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 7\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 < x < 5\}$.

Aflați mulțimea $A \setminus B$.

Rezolvare:

Deoarece $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ și $B = \{3, 4\}$, obținem:

$$A \setminus B = \{0, 1, 2, \square, \square, \square\}.$$

6 a) Reprezentați, prin enumerarea elementelor, mulțimile:
 A – mulțimea disciplinelor de învățământ din orarul clasei a VI-a;
 B – mulțimea disciplinelor preferate de elevii clasei voastre.

b) Aflați: $C = A \setminus B$.

Rezolvare:

a) $A = \{ \text{_____} \};$

$B = \{ \text{_____} \}.$

b) $C = \{ \text{_____} \}.$



Sperăm că *matematica* $\notin C$.

1.3. Mulțimea numerelor naturale



Ne amintim

Mulțimea numerelor naturale se notează cu \mathbb{N} .

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Mulțimea numerelor naturale este infinită.

Mulțimea numerelor naturale nenule se notează cu \mathbb{N}^* .

Analizăm și completăm

1 Reprezentați două submulțimi infinite ale mulțimii \mathbb{N} :

a) prin descriere verbală;

b) enunțând proprietatea caracteristică a elementelor ei.

Rezolvare:

a) M – mulțimea numerelor naturale pare.

$A = \text{_____}.$

b) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 15\}.$

$D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \text{_____}\}.$

2 *Adevărat sau Fals?*

$M = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 2\}, \quad B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 20\}.$

a) $M \cup B = \mathbb{N}^*$ – Fals

b) $M \cup B = \mathbb{N} - \text{_____}$

c) $M \subset \mathbb{N}$ – Adevărat

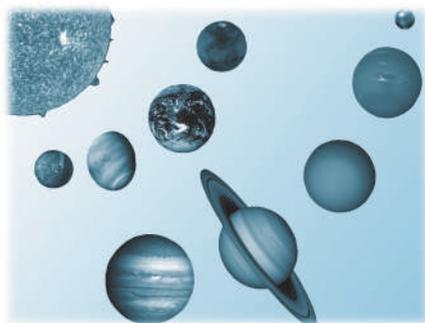
d) $B \subset \mathbb{N}^*$ – _____



Exerciții și probleme



- Determinați valoarea de adevăr a propoziției:
 - Pământul se rotește în jurul axei sale.
 - $2 > 5$.
 - 3 este divizor al numărului 81.
- Formulați negațiile propozițiilor de la exercițiul 1 și determinați valorile lor de adevăr.
- Aflați valoarea de adevăr a propoziției:
 - Toate planetele din Sistemul Solar se rotesc în jurul Soarelui.
 - Pământul se rotește în jurul Soarelui.
 - Toate râurile se varsă în Marea Neagră.
 - Nistrul se varsă în Marea Neagră.
 - Unele mamifere viețuiesc pe uscat.
 - Toate ciupercile sunt comestibile.
 - Toate păsările zboară.
- Care dintre propozițiile exercițiului 3 sunt generale?
- Completați cu unul dintre cuvintele: „Toate”, „Toți”, „Unele”, „Unii” astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:
 - oameni(i) pot înota;
 - luni(le) anului au mai mult de 27 de zile;
 - copii(i) preferă dulciurile;
 - numere(le) naturale care au cifra unităților zero sunt divizibile cu 10.
- Completați cu una dintre expresiile: „Cel mult”, „Cel puțin”, „Oricare ar fi”, „Există”, „Toți”, „Toate”, „Unii”, „Unele”:
 - mulțimi finite și mulțimi infinite;
 - mulțimea finită, ea are un cardinal;
 - un element din mulțimea $\{0, 3, 5, 7\}$ este număr impar;
 - nota 10 poate fi luată la matematică;
 - papagali(i) vorbesc;
 - colegi(i) de clasă fac sport.
- Numiți câte două elemente care să aparțină:
 - mulțimii lunilor de iarnă;
 - mulțimii jocurilor sportive;
 - mulțimii copacilor;
 - mulțimii obiectelor ce au formă sferică.
- Fie A mulțimea numerelor naturale de trei cifre, fiecare fiind scris cu cifrele 2, 5 și 7, astfel încât cifrele nu se repetă în scrierea numărului respectiv. Scrieți elementele mulțimii A .
 - Aflați card A .



9. a) Fie B mulțimea fracțiilor cu numărătorul 1 și numitorul – un număr natural nenul de o cifră. Scrieți elementele mulțimii B .
b) Aflați card B .
10. a) Reprezentați mulțimea $M = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq x < 15\}$ prin enumerarea elementelor.
b) Aflați card M .
11. Completați astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:
a) $A \cap \emptyset = \square$; b) $A \cup \emptyset = \square$; c) $A \cup A = \square$; d) $A \cap A = \square$.
12. Fie mulțimile: $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$, $C = \{2, 4, 8\}$, $K = \{1, 3, 5, 7\}$.
Aflați:
a) $A \cup B$; b) $A \cup K$; c) $B \cup C$; d) $C \cup K$; e) $A \cap B$; f) $C \cap B$;
g) $B \cap K$; h) $C \cap K$; i) $A \setminus K$; j) $C \setminus A$; k) $K \setminus B$; l) $K \setminus A$.

13. Scufița Roșie îi ducea bunicii sale câteva pateuri: 3 cu varză, 4 cu mere și 3 cu carne. Pe drum, ea a mâncat două din ele. Determinați care dintre propoziții sunt adevărate și care sunt false:



- a) Bunica n-a primit pateuri cu carne.
b) Bunica a primit cel puțin un pateu cu varză.
c) Bunica a primit un număr egal de pateuri de toate felurile.

14. Adevărat sau Fals?

- a) Dacă un om are febră, atunci el este bolnav.
b) Dacă un om este bolnav, atunci el are febră.
c) Dacă numărul a este mai mare decât numărul b , atunci numărul a este situat pe axa numerelor la dreapta numărului b .
d) Dacă numărul a este situat pe axa numerelor la dreapta numărului b , atunci numărul a este mai mare decât numărul b .



15. Cu ajutorul cuvintelor: „nu”, „și”, „sau” formați propoziții compuse adevărate pentru fiecare din desenele ①–③. Utilizați propozițiile simple date:

- 1) Câinele poartă botniță; 2) Câinele este dus de lesă.



16. $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 17\}$. Scrieți submulțimea mulțimii A formată din:
- numere pare;
 - numere impare;
 - numerele care sunt pătratele numerelor naturale.
17. Fie mulțimea $M = \left\{ \frac{0}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3} \right\}$.
- Aflați:
- $M \cap \mathbb{N}$;
 - $M \cap \mathbb{N}^*$;
 - $M \setminus \mathbb{N}$.
18. În grădină cresc 50 de tufe de trandafiri. Radu și Rodica au turnat apă fiecare la câte o jumătate din tufe. În final, s-a constatat că trei tufe au fost udate de ambii copii. Câte tufe de trandafiri au rămas neudate?
19. Aflați și reprezentați pe dreaptă intersecția figurilor:
- $[AB] \cap [AB]$;
 - $[AB \cap AB]$;
 - $[AB] \cap AB$.
20. Fie D_{12} mulțimea divizorilor numărului 12, B – mulțimea numerelor impare mai mici decât 12, iar C – mulțimea numerelor pare mai mici decât 12.
- Aflați:
- $D_{12} \cup B$;
 - $D_{12} \cap C$;
 - $B \cap C$;
 - $D_{12} \setminus B$;
 - $D_{12} \setminus C$.
21. Fiecare elev al unui liceu studiază sau limba franceză, sau limba engleză, sau ambele limbi. Câți elevi învață în liceu, dacă 320 de elevi studiază limba franceză, 280 de elevi studiază limba engleză, iar 190 de elevi studiază ambele limbi?



22. *Investigăm:*

Fie mulțimile A, B și M și propozițiile:

- Toate elementele mulțimii M aparțin mulțimii A și mulțimii B .
- Toate elementele comune ale mulțimilor A și B aparțin mulțimii M .

- Scrieți trei mulțimi A, B și M pentru care propozițiile ① și ② sunt adevărate.
- Scrieți trei mulțimi A, B și M pentru care propoziția ① este adevărată, iar propoziția ② – falsă.
- Se știe că propozițiile ① și ② sunt adevărate. Determinați valoarea de adevăr a propoziției:
 - Dacă orice element x aparține mulțimii M , atunci $x \in A$.
 - Dacă orice element y aparține mulțimii M , atunci $y \in B$.
 - $M \subset A$.
 - $M = A \cap B$.
 - $A \subset M$.

§2 Divizibilitate

2.1. Divizor. Multiplu



Ne amintim

1 Nif-Nif, Naf-Naf și Nuf-Nuf doresc să cumpere mere. Cele două lăzi conțin aceeași masă de mere. Pe care dintre ele trebuie să o aleagă ei astfel încât fiecărui purceluș să-i revină același număr de mere?



15 mere

①



20 de mere

②

Rezolvare:

15 mere pot fi împărțite în mod egal la 3 purceluși.

Notăm:

$$15 : 3 \text{ sau } 3 \mid 15$$

Citim:

15 este divizibil cu 3
3 divide 15

20 de mere nu pot fi împărțite în mod egal la 3 purceluși.

Notăm:

$$20 \not\div 3 \text{ sau } 3 \nmid 20$$

Citim:

20 nu este divizibil cu 3
3 nu divide 20



Ne amintim

- Numărul natural a este **divizibil cu** numărul natural b dacă există un număr natural c astfel încât $a = b \cdot c$.

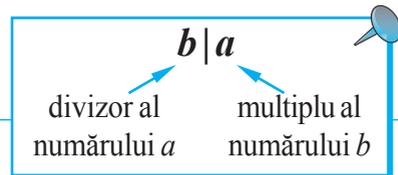
Notăm: $a : b$.

Se mai spune: b este **divizor** al numărului a sau b **divide** numărul a .

Notăm: $b \mid a$.

- Numărul natural a este **multiplu** al numărului natural b dacă a se împarte exact la b .

Evident, dacă b divide a , atunci a este un multiplu al numărului b .



Aplicăm

2 Câți divizori și câți multipli are numărul 12?

Rezolvare:

Deoarece 12 se divide cu 1, 2, 3, 4, 6, 12, rezultă că acest număr are 6 divizori.

La 12 se împarte exact fiecare din numerele 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Observăm că orice număr de forma $12 \cdot n$, unde $n \in \mathbb{N}$, se împarte exact la 12.

Prin urmare, 12 are o infinitate de multipli.

Răspuns: Numărul 12 are 6 divizori și o infinitate de multipli.

Rețineți!

- ◆ **Mulțimea divizorilor** unui număr natural n este finită și se notează D_n .
 - ◆ **Mulțimea multiplilor** unui număr natural n este infinită și se notează M_n .
- Deci, $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$;
 $M_{12} = \{0, 12, 24, 36, 48, \dots\}$.

Observație. Orice număr natural n se divide cu 1 și cu n . Numerele 1 și n se numesc **divizori improprii** ai numărului n , ceilalți divizori se numesc **divizori proprii**.

• Completați:



2.2. Criterii de divizibilitate

1 Selectați numerele care se potrivesc fiecărui coș.

Diagram illustrating the selection of numbers based on divisibility criteria. Three baskets are shown, each with a sign indicating the criterion:

- Numere divizibile cu 2** (Numbers divisible by 2)
- Numere divizibile cu 5** (Numbers divisible by 5)
- Numere divizibile cu 10** (Numbers divisible by 10)

The numbers to be selected are: 12, 30, 21, 80, 56, 100, 370, 48, 35, 79, 64, 95.



Ne amintim

- Un număr natural **este divizibil cu 2** dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0, 2, 4, 6 sau 8.
- Un număr natural **este divizibil cu 5** dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.
- Un număr natural **este divizibil cu 10** dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0.

Cercelăm și descoperim

2 Care poate fi ultima cifră a unui număr divizibil cu 3?

Rezolvare:

Examinăm câțiva multipli ai numărului 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, ...

Răspuns: Orice cifră.

3 Examinați șirul numerelor și completați:

81, 268, 873, 100, 108, 78, 95

Numere divizibile cu 3

81

Numere a căror sumă de cifre
este divizibilă cu 3

81

- Trageți concluzia.
- Rezolvați sarcina 3 cercetând divizibilitatea cu 9. Trageți concluzia.

Rețineți!

- ◆ Un număr natural **este divizibil cu 3** dacă și numai dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 3.
- ◆ Un număr natural **este divizibil cu 9** dacă și numai dacă suma cifrelor sale este divizibilă cu 9.

Aplicăm

Aplicați criteriile de divizibilitate și selectați numerele divizibile cu:

a) 3; b) 9.

384

567

421

1 234

8 883

288

3 456

234

Model:

$168 : 3$, deoarece
 $1 + 6 + 8 = 15$,
iar $15 : 3$.

4 Aflați valoarea de adevăr a propoziției:

- Toate numerele divizibile cu 9 sunt divizibile cu 3.
- Toate numerele divizibile cu 3 sunt divizibile cu 9.
- Unele numere divizibile cu 3 sunt divizibile cu 9.

2.3. Numere prime. Numere compuse.

Descompunerea numărului în produs de factori primi

1 Observați numerele. Ajutați-l pe Naf-Naf să aleagă numerele care nu au divizori proprii (adică numerele care se divid doar la ele însele și la 1):

53

42

71

38

27

81

485

43

19

39

Rezolvare:

Numerele 53, 71, 43, 19 se divid doar la 1 și la ele înseși. Ele se numesc **numere prime**.

Fiecare din numerele 42, 38, 81, 27, 39 au mai mult de 2 divizori. De exemplu, 42 se divide cu 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42.

Astfel de numere se numesc **numere compuse**.





Rețineți!

- ◆ Un număr natural n este **număr prim** dacă are doar doi divizori: 1 și n .
- ◆ Un număr natural n este **număr compus** dacă are mai mult de doi divizori.

Observație. Numărul 1 nu este nici simplu, nici compus, deoarece se divide doar cu 1.

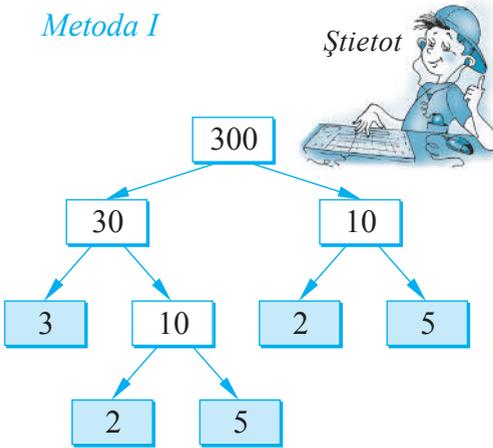
Aplicăm

- Completați șirul astfel încât să scrieți primele zece numere prime:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, , , .

2 Observați cum Știetot și Știemult au descompus în factori primi numărul 300.

Metoda I



$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$



Metoda II

300	2
150	2
75	3
25	5
5	5
1	



- ① Împărțim exact numărul din stânga la cel mai mic număr prim posibil și scriem câtul obținut sub deîmpărțit.
- ② Repetăm pasul ① până obținem câtul 1.

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Aplicăm

- Descompuneți în factori primi numărul: a) 420; b) 1 200.

2.4. Cel mai mare divizor comun. Cel mai mic multiplu comun

Cercetăm și descoperim

1 În preajma sărbătorilor de iarnă, un magazin a pregătit cadouri identice cu bomboane „Meteorit” și „Do-re-mi”. Câte cadouri, cel mult, pot fi formate cu 120 de bomboane „Meteorit” și 144 de bomboane „Do-re-mi”?

Rezolvare:

Fiecare din numerele 120 și 144 trebuie să se dividă cu numărul de cadouri. Scriem divizorii fiecărui număr.

$$D_{120} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, \mathbf{24}, 30, 60, 120\}.$$

$$D_{144} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18, \mathbf{24}, 36, 72, 144\}.$$

Observăm că cel mai mare număr care divide 120 și 144 este 24.

Prin urmare, pe raft pot fi cel mult 24 de cadouri.

Spunem că 24 este *cel mai mare divizor comun* al numerelor 120 și 144.

Scriem: 24 este c.m.m.d.c. al numerelor 120 și 144.

Notăm: $(120, 144) = 24$.

Răspuns: 24 de cadouri.

Rețineți!

◆ **Cel mai mare divizor comun** al numerelor naturale a și b este cel mai mare număr natural la care se împarte exact fiecare dintre numerele a și b .

Notăm: (a, b) .

◆ Dacă $(a, b) = 1$, atunci numerele a și b se numesc **numere prime între ele**.

2 Calculați c.m.m.d.c. al numerelor 450 și 1050.

Rezolvare:

① Descompunem în factori primi fiecare număr:

$$\begin{array}{r|l} 450 & 2 \\ 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\longrightarrow 450 = \underline{2} \cdot \underline{\underline{3^2}} \cdot \underline{\underline{5^2}}$$

$$\begin{array}{r|l} 1050 & 2 \\ 525 & 3 \\ 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$\longrightarrow 1050 = \underline{2} \cdot \underline{\underline{3}} \cdot \underline{\underline{5^2}} \cdot 7$$

② Calculăm produsul dintre factorii primi care au cei mai mici exponenți ai puterilor și care se conțin în ambele descompuneri.

$$(450, 1050) = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 150.$$

Observație. Dacă b divide a , atunci $(a, b) = (b, a) = b$.

Cercetăm și descoperim

3 Câte rațe, cel puțin, sunt în cârd, dacă la baltă ele se duc câte 8 în rând, iar de la baltă se întorc câte 6 în rând?

Rezolvare:

Numărul de rațe trebuie să fie divizibil cu 6 și cu 8.

Scriem câțiva multipli ai numerelor 6 și 8.

$$M_6 = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\},$$

$$M_8 = \{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots\}.$$

Observăm că cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 8 este 24. Prin urmare, în cârd erau cel puțin 24 de rațe.

Răspuns: 24 de rațe.



Spunem că 24 este *cel mai mic multiplu comun* al numerelor 6 și 8.

Scriem: 24 este c.m.m.m.c. al numerelor 6 și 8.

Notăm: $[6, 8] = 24$.



Rețineți!

Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale a și b este cel mai mic număr natural nenul care se împarte exact la fiecare dintre numerele a și b .

Notăm: $[a, b]$.

4 Calculați c.m.m.m.c. al numerelor 144 și 150.

Rezolvare:

① Descompunem în factori primi fiecare număr.

$$\begin{array}{r|l}
 144 & 2 \\
 72 & 2 \\
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}
 \longrightarrow 144 = \underline{2^4} \cdot \underline{3^2}$$

$$\begin{array}{r|l}
 150 & 2 \\
 75 & 3 \\
 25 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \longrightarrow 150 = 2 \cdot 3 \cdot \underline{5^2}$$

② Calculăm produsul dintre factorii primi care au cei mai mari exponenți ai puterilor și sunt prezenți în cel puțin una dintre descompuneri:

$$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 3\,600 \text{ sau}$$

$$[144, 150] = 3\,600.$$

Răspuns: $[144, 150] = 3600$.

Observație. Se poate arăta că $[a, b] = \frac{a \cdot b}{(a, b)}$, pentru orice numere nenule.

Într-adevăr, $(144, 150) = 6$ și $\frac{144 \cdot 150}{6} = 3\,600$.

$$\begin{array}{ccc}
 \nearrow & & \nearrow \\
 (144, 150) & & [144, 150]
 \end{array}$$

Rețineți!

$$[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$$

Exerciții și probleme

1. Selectați numerele divizibile cu: a) 2; b) 5; c) 10.

421

500

36

970

4000

2615

360

995

59

45

70225

2. Scrieți toate numerele naturale de două cifre:
 a) divizibile cu 2 și cu 5; b) divizibile cu 10;
 c) care se divid cu 5, dar nu se divid cu 10.
3. Aflați câtul și restul împărțirii:
 a) $2456 : 5$; b) $3149 : 2$; c) $2783 : 10$; d) $1234 : 3$; e) $43210 : 9$.
4. Aflați numerele mai mici decât 30, fiecare egal cu suma divizorilor săi în afară de el însuși.
5. Aplicând criteriul corespunzător de divizibilitate, selectați numerele divizibile cu:
 a) 3; b) 9.
- 436
 199
 11211
 2880
 6666
7728
 91917
 46438
 5423
 6485
6. Aflați divizorii proprii ai numărului: a) 36; b) 48; c) 126; d) 416; e) 500.
7. Determinați multiplii de două cifre ai numărului: a) 21; b) 18; c) 35; d) 19.
8. Selectați numerele prime:
- 177
 311
 137
 267
 123
 211
 163
9. Descompuneți în factori primi numărul:
 a) 36; b) 80; c) 100; d) 136; e) 240.
10. Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor:
 a) 12 și 20; b) 27 și 72; c) 60 și 64;
 d) 96 și 36; e) 360 și 840; f) 84 și 112.
11. Simplificați fracția:
 a) $\frac{315}{320}$; b) $\frac{48}{124}$; c) $\frac{360}{420}$; d) $\frac{312}{390}$.
12. Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor:
 a) 5 și 8; b) 45 și 9; c) 27 și 45; d) 12 și 18; e) 33 și 39; f) 64 și 48.
13. Fără a efectua împărțirea, aflați restul împărțirii numărului 123456789 la:
 a) 2; b) 5; c) 10; d) 3; e) 9.
14. Aflați toate numerele de forma:
 a) $\overline{123a}$, divizibile cu 3; b) $\overline{25ab}$, divizibile cu 9;
 c) $\overline{63bc}$, divizibile cu 9 și cu 10.
-
15. Scrieți trei numere formate doar:
 a) din cifrele 1 și 0, divizibile cu 3; b) din cifrele 2 și 3, divizibile cu 3;
 c) din cifra 3, divizibile cu 9; d) din cifrele 1 și 4, divizibile cu 9.

16. *Adevărat sau Fals?*

- a) Produsul a două numere impare este un număr impar.
- b) Pătratul unui număr par este un număr impar.
- c) Cubul unui număr impar este un număr par.
- d) Cubul unui număr par este un număr par.



17. Două maxi-taxiuri se pornesc la ora 6:00 de la aceeași stație. Primul maxi-taxi revine peste fiecare 45 de minute, iar al doilea – peste fiecare oră.

La ce oră se vor mai întâlni în stație cele două maxi-taxiuri?

18. Care este restul împărțirii numărului natural n la 6, dacă $n + 4$ este divizibil cu 6?

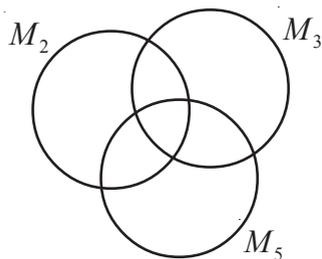
19. *Adevărat sau Fals?*

- a) Suma a două numere pare este un număr par.
- b) Diferența a două numere impare este un număr impar.
- c) Dacă $c | a$ și $c | b$, atunci $c | (a + b)$, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{N}$.
- d) Dacă un număr natural se divide cu 5, atunci el se divide cu 10.
- e) Dacă un număr natural se divide cu 2 și cu 5, atunci el se divide cu 10.
- f) Dacă $c | (a + b)$, atunci $c | a$ și $c | b$, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{N}$.



20. Copiați diagramele și plasați pe ele, la locul potrivit, numerele:

5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 21, 25, 30.



21. Aflați numerele naturale m și n , știind că:

- a) $m + n = 24$ și $(m, n) = 8$;
- b) $m + n = 45$ și $(m, n) = 9$.

22. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} | x : 6 \text{ și } x < 50\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | x : 3 \text{ și } x < 50\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} | x : 2 \text{ și } x < 50\}$.

Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției:

- a) $B \subset A$;
- b) $A \subset C$;
- c) $B \cup C = A$;
- d) $B \cap C = A$;
- e) $\{2, 3, 6\} \subset B \cup C$.

23. La 10 mai, dintr-un port au plecat simultan 3 vapoare. Primul vapor revine în port din 4 în 4 săptămâni, al doilea – din 6 în 6 săptămâni, iar al treilea – din 3 în 3 săptămâni. Pe ce dată se vor întâlni în port cele trei vapoare?

24. Arătați că un număr natural este divizibil cu:

- a) 4, dacă numărul format din ultimele sale două cifre este divizibil cu 4;
- b) 8, dacă numărul format din ultimele sale trei cifre este divizibil cu 8.

25. Aflați cel mai mic număr natural care, împărțit pe rând la 7, 8, 9, dă resturile 5, 6, 7.

3.1. Metoda figurativă

Rezolvăm și comentăm

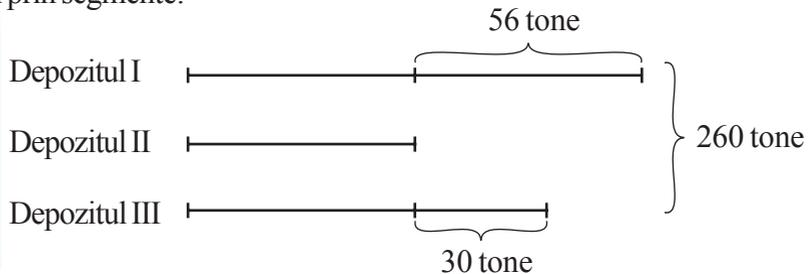
1 În trei depozite erau în total 260 tone de mere. În primul depozit erau cu 56 tone de mere mai mult decât în depozitul al doilea, iar în depozitul al treilea erau cu 30 tone de mere mai mult decât în depozitul al doilea. Câte tone de mere erau în fiecare depozit?

Vom reprezenta necunoscute și vom fixa relațiile dintre mărimile date în problemă printr-un desen.



Rezolvare:

① Reprezentăm prin segmente:



② Calculăm suma valorilor părților egale:

$$260 - 56 - 30 = 174 \text{ (tone).}$$

③ Calculăm câte tone de mere erau în depozitul II (valoarea unei părți):

$$174 : 3 = 58 \text{ (tone).}$$

④ Aflăm câte tone de mere erau în depozitul I:

$$58 + 56 = 114 \text{ (tone).}$$

⑤ Calculăm câte tone de mere erau în depozitul III:

$$58 + 30 = 88 \text{ (tone).}$$

Verificare: $114 + 58 + 88 = 260$ (tone) – A.

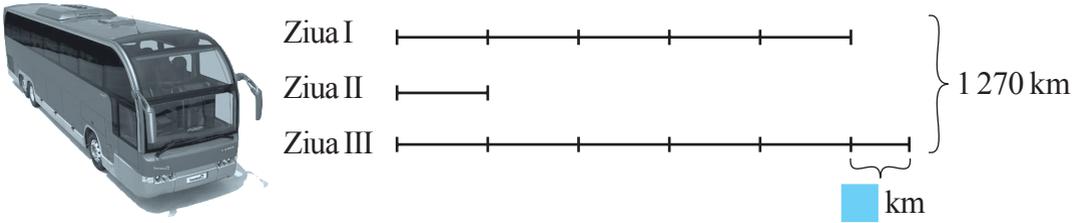
Răspuns: Depozitul I – 114 tone;
depozitul II – 58 tone;
depozitul III – 88 tone.

Examinăm și completăm

2 Un autobuz a parcurs 1 270 km în trei zile. În prima zi el a parcurs o distanță de 5 ori mai mare decât în ziua a doua, iar în ziua a treia – cu 60 km mai mult decât în prima zi. Câți kilometri a parcurs autobuzul în fiecare zi?

Rezolvare:

① Reprezentăm prin segmente:



② $1\,270 - \square = \square$ (km) – suma valorilor părților egale.

③ $5 + 1 + 5 = 11$ (părți egale).

④ $1\,210 : 11 = \square$ (km) – a II-a zi.

⑤ $\square \cdot 5 = \square$ (km) – I zi.

⑥ $\square \cdot 5 + 60 = \square$ (km) – a III-a zi.

Verificare: $\square + \square + \square = 1\,270$ (km) (\square).

Răspuns: Ziua I – \square km; ziua II – \square km; ziua III – \square km.

3.2. Metoda reducerii la unitate

Rezolvăm și comentăm

1 Pentru 12 cutii cu bomboane s-au plătit 432 lei. Câți lei se vor plăti pentru 8 cutii cu bomboane de același fel?

Rezolvare:

Folosim schema:

12 cutii	432 lei
1 cutie	$432 : 12 = 36$ (lei)
8 cutii	$36 \cdot 8 = 288$ (lei)

Deci, prețul unei cutii este de 36 lei, iar pentru 8 cutii se vor plăti 288 lei.

Răspuns: 288 lei.

Vom reduce compararea mărimilor din problemă la compararea lor cu una dintre mărimile luate ca unitate.



Examinăm și completăm

2 Pentru sărbătoarea de Crăciun, o familie a cumpărat un curcan, o găscă, trei găini și cinci pui. Se știe că un pui costă 32 lei. Cât costă toată cumpărătura, dacă curcanul costă cât o găscă și două găini, o găscă – cât o găină și încă 20 lei, iar o găină – cât trei pui.



Rezolvare:

Pentru a rezolva problema, acceptăm ca unitate prețul puiului.

Atunci, pentru o găină se va plăti $3 \cdot 32 = 96$ (lei).

Pentru o găscă $3 \cdot 96 + 20 = \square + 20 = \square$ (lei).

Pentru un curcan: $\square + 2 \cdot 96 = \square$ (lei).

Suma tuturor plăților va fi:

$$\square + \square + 3 \cdot 96 + 5 \cdot 32 = \square \text{ (lei).}$$

Răspuns: \square lei.

3.3. Metoda mersului invers

Rezolvăm și comentăm

1 Viorica s-a gândit la un număr. Dublul acestui număr, micșorat cu 5, a fost înmulțit cu 3. Produsul obținut a fost împărțit la 6 și apoi mărit cu 4. S-a obținut 28. La ce număr s-a gândit Viorica?

Vom rezolva problema pornind de la sfârșitul enunțului ei.



Rezolvare:

Avem: $\square \cdot 2 - 5 \rightarrow \square \cdot 3 \rightarrow \square : 6 + 4 \rightarrow 28$

Restabilim numărul pornind rezolvarea de la sfârșitul enunțului:

$$\boxed{28} \xrightarrow{-4} \boxed{24} \xrightarrow{\cdot 6} \boxed{144} \xrightarrow{:3} \boxed{48} \xrightarrow{+5} \boxed{53} \xrightarrow{:2} \boxed{26,5}$$

Răspuns: 26,5.

Examinăm și completăm

2 Un turist a mers în prima zi timp de 6 ore, în a doua zi a parcurs 30 km, în a treia zi cu 20 km mai mult decât în ziua a doua, iar în ziua a patra a mers 5 ore cu viteza de 8 km/h. El a parcurs în total 180 km. Cu ce viteză s-a deplasat turistul în prima zi?

Rezolvare:

Începem rezolvarea de la sfârșitul enunțului:

① Turistul a parcurs în ziua a patra: $5 \cdot 8 = 40$ (km).

② În ziua a treia: $20 + 30 = 50$ (km).

③ În zilele II, III, IV în total:

$$30 + \square + \square = \square \text{ (km)}.$$

④ În prima zi, el a parcurs: $180 - \square = \square$ (km).

⑤ În prima zi, turistul s-a deplasat cu viteza: $\square : 6 = \square$ (km/h).

Verificare: $\square + \square + \square + \square = \square$ (km).

Răspuns: \square km/h.



3.4. Metoda falsei ipoteze

Cercetăm și descoperim

1 Pe un șes pasc găște și oi, în total 98 de capete și 252 de picioare. Câte găște și câte oi pasc pe șes?



Rezolvare:

① Presupunem că pe șes pasc doar găște. Atunci, toate cele 98 de capete vor avea $98 \cdot 2 = 196$ (picioare).

② Conform condițiilor din problemă, obținem diferența $252 - 196 = 56$ (picioare în plus).

③ Diferența provine din faptul că am considerat că pe șes pasc doar găște.

④ Ținând cont de faptul că o oaie are cu 2 picioare mai mult decât o gâscă și în plus sunt 56 de picioare, aflăm câte oi pasc pe șes: $56 : 2 = 28$ (oi).

⑤ Aflăm câte găște sunt pe șes: $98 - 28 = 70$ (gâște).

Verificare: $28 \cdot 4 + 70 \cdot 2 = 252$.

Răspuns: 28 de oi; 70 de găște.

Examinăm și completăm

2 Cu 730 lei se pot cumpăra 22 de cărți a câte 25 lei și 40 lei. Câte cărți de fiecare fel se pot cumpăra?

Rezolvare:

① Presupunem că fiecare carte costă 40 lei. Astfel, toate cele 22 de cărți ar costa:
 $22 \cdot 40 = 880$ (lei).

② Comparând cu prețul real, se obține o diferență: $880 - 730 =$ [] (lei în plus).

③ Diferența provine din faptul că am considerat toate cărțile fiind de 40 lei.

④ Aflăm câte cărți de 25 lei s-au procurat: [] : $(40 - 25) =$ [] (cărți).

⑤ Aflăm câte cărți de 40 lei s-au procurat: $22 -$ [] = [] (cărți).

Verificare: [] \cdot [] + [] \cdot [] = 730 (lei).

Răspuns: [] cărți de 25 lei; [] cărți de 40 lei.

Generalizăm

În cazul în care se aplică această metodă, se pornește, de regulă, de la întrebarea problemei, făcând o presupunere asupra mărimii care se caută, aceasta nefiind în contradicție cu datele din enunț. Se reface problema în baza presupunerii făcute și se ajunge la un rezultat care nu se corelează cu cel real din problemă: este fie mai mare, fie mai mic decât acesta. Se compară rezultatul obținut (în baza presupunerii) cu cel inițial. Din nepotrivirile obținute se trage concluzia corectă privind rezolvarea problemei.

Exerciții și probleme



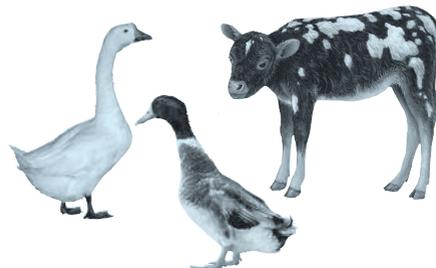
- Rezolvați problema prin metoda figurativă:
 - O frânghie de 74 m a fost tăiată în două bucăți astfel încât una dintre ele este cu 16 m mai lungă decât cealaltă. Câți metri are fiecare bucată?
 - Trei piese de metal cântăresc împreună 155 kg. Prima piesă este cu 28 kg mai grea decât a doua, iar a treia cu 22 kg mai grea decât a doua. Cât cântărește fiecare piesă?
- Rezolvați problema prin metoda reducerii la unitate:
 - 12 cărți de același preț costă în total 816 lei. Cât costă 5 astfel de cărți?
 - Stela a procurat 18 albume și 24 de cărți pentru copii la același preț. A achitat cumpărătura cu o bancnotă de 500 lei și a primit rest 17 lei. Cât costă un album și cât costă o carte?
- Rezolvați problema prin metoda mersului invers.

Dublul unui număr a fost micșorat cu 10 și apoi înmulțit cu 6. Produsul obținut, fiind mărit cu 5, a fost împărțit la 8 și s-a obținut 22. Determinați numărul inițial.

4. Rezolvați problemele **1** și **2** din secvența 3.4. pornind de la alte presupuneri.
5. Rezolvați problema prin metoda falsei ipoteze:
- Un fermier vindea pui și iepuri: în total 20 de capete și 68 de picioare. Câți pui și câți iepuri vindea fermierul?
 - 22 de cărți a câte 50 și 90 de pagini au împreună 1 340 de pagini. Câte cărți sunt de fiecare fel?



6. Rezolvați prin metoda figurativă problema:
- Tata are 44 de ani, iar fiul are 16 ani. Cu câți ani în urmă tatăl a fost de 3 ori mai mare decât fiul?
 - Într-o bibliotecă sunt 458 de cărți în 3 limbi străine. Cărțile în limba spaniolă sunt cu 50 mai puține decât cele în franceză și de două ori mai puține decât cele în engleză. Câte cărți de fiecare limbă sunt în bibliotecă?
7. Rezolvați problema prin metoda reducerii la unitate:
- 6 muncitori au săpat în 10 zile 420 m de șanț. Ce lungime de șanț vor săpa 10 muncitori în 8 zile, având aceeași productivitate a muncii?
8. Rezolvați problema prin metoda mersului invers:
- O gospodină vindea la piață pepeni galbeni. Primul cumpărător a cumpărat jumătate din numărul pepenilor care se găseau în coș și încă o jumătate de pepene. Al doilea a luat jumătate din numărul pepenilor rămași în coș și încă o jumătate de pepene. Al treilea, de asemenea, a luat o jumătate din numărul pepenilor care se găseau în coș și încă o jumătate de pepene, astfel încât coșul a rămas gol. Câți pepeni galbeni a avut inițial gospodina?
9. Rezolvați problema prin metoda falsei ipoteze:
- La o fermă sunt găște, rațe și viței: în total 120 de capete și 280 de picioare. Se știe că numărul găștelor este de trei ori mai mare decât cel al rațelor. Câte găște, câte rațe și câți viței sunt la fermă?



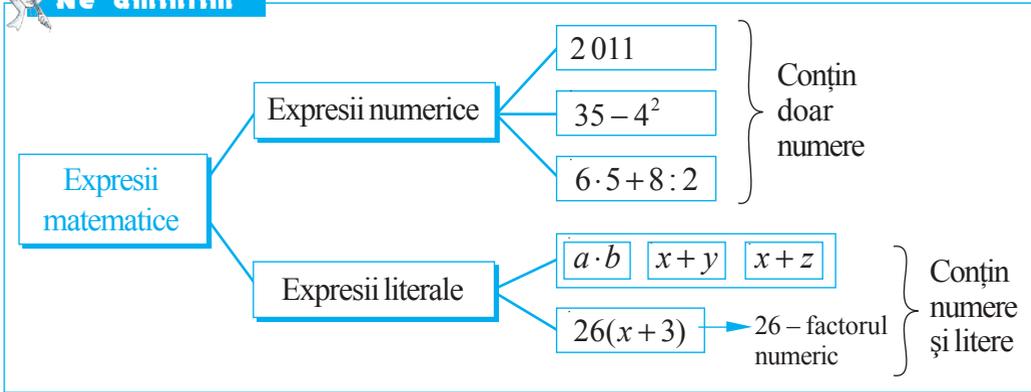
10. Într-o clasă sunt de trei ori mai multe fete decât băieți. Pot fi 34 de elevi în această clasă? Dar 36 de elevi? Care trebuie să fie numărul de elevi pentru ca problema să aibă soluție? Găsiți câteva variante de răspuns.
11. a) Compuneți o problemă care se rezolvă prin:
- metoda figurativă;
 - metoda reducerii la unitate;
 - metoda mersului invers;
 - metoda falsei ipoteze.
- b) Propuneți colegilor să rezolve problemele compuse.

§4 Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea N

4.1. Expresii matematice



Ne amintim



Generalizăm

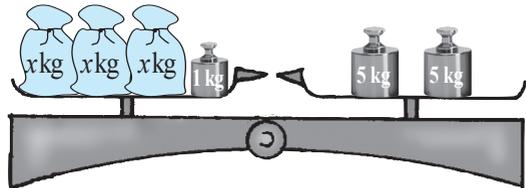
- ① Factorul numeric se scrie înaintea factorilor ce conțin litere. → $2 \cdot (x + 8) \cdot 3 = 6(x + 8)$.
- ② Factorul 1 nu se scrie. Argumentați afirmația. → $x \cdot 1 = x$
 $3 \cdot a \cdot 1 \cdot b = 3ab$
- ③ Dacă efectuăm operațiile într-o expresie numerică, obținem un număr numit **valoarea expresiei**. → $125 : 5 - 3^2 \cdot 2 = 25 - 18 = 7$.
- ④ O expresie literală poate fi transformată într-o expresie numerică dacă se substituie literele cu numere. → Pentru expresia $3x + 2y$, considerând $x = 8$ și $y = 4$, obținem $3 \cdot 8 + 2 \cdot 4$.

4.2. Ecuații



Ne amintim

Observați desenul și completați. Întrucât balanța se află în echilibru, obținem:



$$3 \cdot \boxed{} + 1 = 10$$

Membrul stâng Membrul drept

← ecuație cu o necunoscută

Rezolvăm și comentăm

1 Rezolvați în mulțimea \mathbb{N} ecuația $3x + 1 = 10$.

Rezolvare:

- $3x + 1 = 10$ ← Membrul stâng este suma $3x + 1$, cu un termen necunoscut.
Membrul stâng Membrul drept
- $3x = 10 - 1$ ← Pentru a afla termenul necunoscut, scădem din sumă termenul cunoscut.
- $3x = 9$ ← Membrul stâng este $3x$, iar necunoscuta x este un factor.
- $x = 9 : 3$ ← Pentru a afla factorul x , împărțim produsul 9 la factorul cunoscut 3.
- $x = 3 \in \mathbb{N}$ ← Obținem valoarea 3 și determinăm dacă ea aparține mulțimii \mathbb{N} (deoarece ecuația se rezolvă în mulțimea numerelor naturale).
- $3 \cdot 3 + 1 = 10$ (A) ← Verificăm dacă valoarea obținută transformă ecuația într-o egalitate adevărată.
 $10 = 10$
- Răspuns: $S = \{3\}$. ← Scriem răspunsul.

Rețineți

- ◆ **Ecuația cu o necunoscută** este o egalitate ce conține o necunoscută.
- ◆ Valoarea necunoscutei pentru care ecuația se transformă într-o egalitate adevărată se numește **soluție a ecuației**.
- ◆ **A rezolva ecuația** înseamnă a afla soluția ei sau a arăta că ea nu are soluții.
- ◆ Mulțimea soluțiilor ecuației se notează cu S .
- ◆ Dacă ecuația nu are soluție, atunci $S = \emptyset$.

Ecuația are soluție în \mathbb{N} .

Ecuația nu are soluție în \mathbb{N} .



2 Rezolvați ecuația $4a - 3 = 18$ în mulțimea \mathbb{N} .

Rezolvare:

- $4a - 3 = 18$ ← Membrul stâng al ecuației este o diferență.
- $4a = 18 + 3$ ← Pentru a afla descăzutul, adunăm

$4a = 21$ ← Membrul stâng este un [] în care necunoscuta a este un factor.

$a = 21 : 4$ ← Pentru a afla factorul necunoscut a , împărțim produsul la factorul cunoscut.

$a = 5,25 \notin \mathbb{N}$ ← Obținem valoarea 5,25 care nu aparține mulțimii \mathbb{N} .

Concluzie ← Ecuația nu are soluții în mulțimea \mathbb{N} .

Răspuns: $S = \emptyset$. ← Scriem răspunsul.

3 Rezolvați ecuația $16 : (2z) = 8$ în mulțimea \mathbb{N} .

Rezolvare:

$16 : (2z) = 8$ ← Membrul stâng reprezintă o împărțire.

$2z = 16 : 8$ ← Pentru a afla [], împărțim [] la [].

$2z = 2$ ← Pentru a afla [], împărțim [] la [].

$z = 1 \in \mathbb{N}$ ← Obținem valoarea necunoscutei și verificăm dacă aparține mulțimii \mathbb{N} .

$16 : (2 \cdot 1) = 8$ (A) ← Verificăm dacă valoarea obținută transformă ecuația
 $8 = 8$ într-o egalitate adevărată.

Răspuns: $S = []$. ← Scriem răspunsul.

4 Rezolvați ecuația $6x - 18 = 0$ în mulțimea \mathbb{N} .

Rezolvare:

$6x - 18 = 0$ ← Membrul stâng este o diferență.

$6x = 18 + 0$ ← Pentru a afla descăzutul necunoscut, adunăm []
sau $6x = 18$ cu [].

$x = 18 : 6$ ← Pentru a afla factorul necunoscut [], împărțim [] la [].

$x = 3 \in \mathbb{N}$ ← Obținem valoarea 3 și verificăm dacă aparține mulțimii \mathbb{N} .

$6 \cdot 3 - 18 = 0$ (A) ← Verificăm dacă soluția obținută transformă ecuația
 $0 = 0$ într-o egalitate adevărată.

Răspuns: $S = \{3\}$. ← Scriem răspunsul.

Exerciții și probleme



1. Fie expresiile matematice: $2x$; $35 - z$; 0 ; $5a - b$; $7^3 \cdot 2 + 3$; $5^3 + y$; $3(5 + 2 \cdot 4)$; $8ab$; $5(12 + 3z)$; x^2z ; $18 - 3 \cdot 5$. Selectați dintre acestea:

- a) expresiile numerice;
b) expresiile literale.

2. Aflați valoarea expresiei:

- a) $2(x - 4)$ pentru $x = 5$; b) $3 : z$ pentru $z = 6$;
c) $3x + 1$ pentru $x = 0,5$; d) $4x$ pentru $x = \frac{1}{2}$;
e) $5(a + b)$ pentru $a = 2$, $b = 1,2$; f) $7a + b$ pentru $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{3}{4}$.

3. Găsiți, prin substituție, ecuațiile care au soluția: 1) 4; 2) 10:

- a) $3 + x = 28 : 4$; b) $5(x + 2) = 32$; c) $2a - 3 = 17$;
d) $120 : z = 12$; e) $8y + 6 = 42 - 4$; f) $20 + 3t = 100 : 2$.

4. Asociați fiecare ecuație cu soluția ei:

$x + 5 = 8$	$a - 10 = 2$	$12x = 60$	$120 : z = 40$	$3y - 12 = 0$
4	5	3	12	10

5. Rezolvați ecuația în mulțimea \mathbb{N} , efectuând și verificarea:

- a) $x + 18 = 24$; b) $a + 35 = 20$; c) $8z = 160$; d) $5y = 18$;
e) $x : 12 = 96$; f) $t : 6 = 100$; g) $9x - 1 = 0$; h) $4x - 20 = 0$.



6. Reproduceți și completați tabelul:

x	8	0	3^3	$\frac{1}{2}$	10	3,5	1	$\frac{3}{4}$
$3(4x - 1)$	93							
$16x^2 + 10$								



7. La o fabrică de bomboane erau x cutii și y bomboane. În fiecare cutie încap cel mult 20 de bomboane. Explicați ce pot semnifica, în acest context, expresiile:

- a) $20x$; b) $y : x$.

8. Formați ecuații cu datele din tabel, apoi rezolvați-le în mulțimea \mathbb{N} :

a)

Termen	215	?	24,06
Termen	?	2011	6,84
Sumă	729	3405	?

b)

Descăzut	688	?	144,28
Scăzător	?	2012	68,28
Diferență	12	20	?

c)

Factor	14	?	42,5
Factor	?	41	14
Produs	350	451	?

d)

Deîmpărțit	688	?	68,4
Împărțitor	?	15	10
Cât	43	420	?

9. Scrieți o ecuație conform fiecărui lanț, apoi rezolvați-o în mulțimea \mathbb{N} :

a) $x \xrightarrow{\cdot 6} \square \xrightarrow{-2} 124$

b) $t \xrightarrow{+5} \square \xrightarrow{\cdot 4} 100$

c) $z \xrightarrow{-10} \square \xrightarrow{:2} 55$

d) $a \xrightarrow{:8} \square \xrightarrow{\cdot 10} 160$

10. Sergiu are 7 ani. Verișorul său, Maxim, are 1 an. Câți ani va avea Sergiu atunci când el va fi de două ori mai mare decât Maxim?



11. Rezolvați în mulțimea \mathbb{N} ecuația:

a) $3(1 - 2x) + 8 = 32$;

b) $60 : (3y + 2) = 12$;

c) $1 - 3(8x - 4) = 1$;

d) $1605 + 4(3 - x) = 2011$.

12. Rezolvați problema prin metoda aritmetică, apoi prin ecuație:



a) Un salon auto a vândut într-un an 68 de automobile de marca BMW și Ford. Automobile de marca BMW au fost vândute cu 12 mai multe decât cele de marca Ford. Câte automobile de marca BMW au fost vândute?

- b) Mihai are în biblioteca personală cărți în limba română și cărți în limba franceză, în total 124 de cărți. Cărți în limba română sunt de 3 ori mai multe decât cele în franceză. Câte cărți în limba română sunt în biblioteca personală a lui Mihai?
- c) Câți călători erau în tren, dacă la o stație au coborât jumătate dintre ei, au urcat 28 de călători și acum sunt 124 de călători?

13. Completați cu un număr zecimal astfel încât ecuația obținută:

a) $6 \cdot \blacksquare - 3x = 210$, să aibă soluția 5; b) $4 \cdot (1 + \blacksquare x) = x$, să aibă soluția 8.

14. Creați o problemă după ecuația:

a) $2(x - 3) = 216$; b) $5 - 3x = x + 1$; c) $280 : x = 155 - 85$.

15. Rezolvați în mulțimea \mathbb{N}^* ecuația:

a) $(2x - 4) : (3x) = 10$; b) $2x^2 = x(2x + 1) - 25$.

Să recapitulăm

1. Ce este o propoziție matematică? Formulați exemple de enunțuri care nu sunt propoziții.
2. Formulați trei propoziții adevărate și trei false din diverse domenii.
3. Alcătuiți o propoziție adevărată și apoi scrieți negația ei.
4. Pentru fiecare dintre cuvintele *și, sau, nu, dacă..., atunci* formulați câte o propoziție adevărată și una falsă.
5. Dați exemple din viață utilizând fiecare dintre expresiile: „Cel mult”, „Cel puțin”, „Oricare ar fi”, „Există”.
6. Compuneți o propoziție generală și trei propoziții particulare ce rezultă din ea.
7. Formulați trei propoziții particulare din domeniul:
 - a) biologie;
 - b) fizică;
 - c) literatura română.Formulați propoziția generală ce rezultă din cele particulare.
8. Propuneți exemple de mulțimi din diverse domenii.

9. *Adevărat sau Fals?*

Cardinalul mulțimii elevilor din clasa voastră este 30.

10. Ce relații între mulțimi cunoașteți?

11. Ce operații cu mulțimi ați studiat?

12. Citiți:

$$\begin{array}{cccc} B \subset A; & B = A; & A \cap B; & B \cup A; \\ A \cap B; & B \setminus A; & A \cup B = \emptyset; & A \cap B = \emptyset. \end{array}$$

13. Formulați exemple de mulțimi A și B din viață astfel încât:

a) $A \cup B = \emptyset$;

b) $A \cap B = \emptyset$.

14. Există oare un divizor al unui număr egal cu un multiplu al acestui număr?

15. În ce caz un număr este divizibil cu 2? Dar cu 3? Cu 5? Cu 9? Cu 10?

16. Care numere sunt prime? Care numere sunt compuse?

17. Există oare numere prime pare?

18. Ce este divizorul comun a două numere? Dar multiplul comun al acestor numere?

19. Cum se calculează cel mai mare divizor comun a două numere? Dar cel mai mic multiplu comun?

20. Compuneți câte o problemă care să se rezolve prin:

a) metoda figurativă;

b) metoda reducerii la unitate;

c) metoda mersului invers;

d) metoda falsei ipoteze.

21. Ce reprezintă soluția ecuației?

22. Ce înseamnă a rezolva o ecuație în mulțimea \mathbb{N} ?

23. Formulați o ecuație care nu are soluții în mulțimea \mathbb{N} .

24. Formulați și rezolvați câte o ecuație pentru fiecare dintre tipurile de ecuații studiate.

Varianta I

1. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 60 < x < 70 \text{ și } x : 3\}$.
 - a) *Adevărat sau Fals?*
„Un număr natural este divizibil cu 3 dacă și numai dacă ultima sa cifră se divide cu 3.”
 - b) Reprezentați mulțimea A prin enumerarea elementelor.
 - c) Selectați un număr par și unul impar dintre elementele mulțimii A și aflați c.m.m.d.c. al acestora.

2. Max și bunicul au cules împreună 100 kg de prune. Prunele au fost repartizate câte 12 kg în fiecare dintre lăzile pe care le avea bunicul și au mai rămas 16 kg.
 - a) Completați caseta cu un număr natural:
 $\square^4 = 16$.
 - b) Aflați câte lăzi avea bunicul.
 - c) Calculați câți bani a încasat bunicul după ce a vândut toate lăzile cu prune la un preț de 8 lei/kg.

3. Rezolvați problema printr-o metodă aritmetică:
Un fermier crește porumbei și purcei, în total 51 de capete și 132 de picioare. Aflați câți porumbei și câți purcei are fermierul.

Varianta II

1. Fie mulțimea $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 80 < x < 100 \text{ și } x : 9\}$.
 - a) *Adevărat sau Fals?*
„Un număr natural este divizibil cu 9 dacă și numai dacă ultima sa cifră se divide cu 9.”
 - b) Reprezentați mulțimea B prin enumerarea elementelor.
 - c) Selectați un număr par și unul impar dintre elementele mulțimii B și aflați c.m.m.m.c. al acestora.

2. Dana și bunica au cules împreună 106 kg de castraveți. Castraveții culeși au fost repartizați câte 14 kg în fiecare dintre lăzile pe care le avea bunica și au mai rămas 8 kg.
 - a) Completați caseta cu un număr natural:
 $\square^3 = 8$.
 - b) Aflați câte lăzi avea bunica.
 - c) Calculați câți bani a încasat bunica după ce a vândut toate lăzile cu castraveți la un preț de 7 lei/kg.

3. Rezolvați problema printr-o metodă aritmetică:
Într-un bloc sunt apartamente cu două camere și cu patru camere, în total 45 de apartamente și 140 de camere. Aflați câte apartamente cu două și, respectiv, cu patru camere sunt în bloc.

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	27–26	25–24	23–21	20–17	16–12	11–8	7–6	5–4	3–2	1–0

NUMERE ÎNTREGI

- 
- §1. Mulțimea numerelor întregi
 - §2. Compararea și ordonarea numerelor întregi
 - §3. Adunarea numerelor întregi
 - §4. Scăderea numerelor întregi
 - §5. Înmulțirea numerelor întregi
 - §6. Împărțirea numerelor întregi
 - §7. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Ordinea efectuării operațiilor
 - §8. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea \mathbb{Z}

1

2

3

4

5



§1 Mulțimea numerelor întregi

1.1. Numere întregi

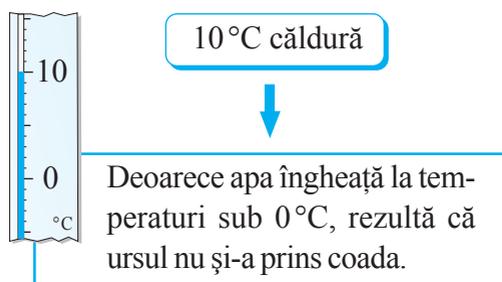
Cercetăm și descoperim

1 Ursul și-a băgat coada în iaz, fiind hotărât să pescuiască și el o grămadă de pește. A așteptat toată noaptea cu gândul la ospățul ce avea să-l facă. Spre dimineață, temperatura a atins 10°C .

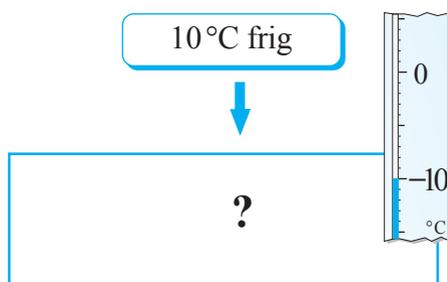
Și-a prins oare ursul coada în iaz?

Rezolvare:

Pentru a răspunde la această întrebare, trebuie să știm ce indică termometrul:



sau



Despre temperatura 10°C căldură se mai spune 10°C mai sus de zero sau plus 10°C și se scrie $+10^{\circ}\text{C}$.

Această temperatură este **pozitivă**.

Despre temperatura 10°C frig se mai spune 10°C mai jos de zero sau minus 10°C și se scrie -10°C .

Această temperatură este **negativă**.

2 Determinați cu ce cuvânt trebuie substituită caseta pentru a obține o propoziție adevărată:



Iarna, de regulă, temperatura aerului în Moldova este .

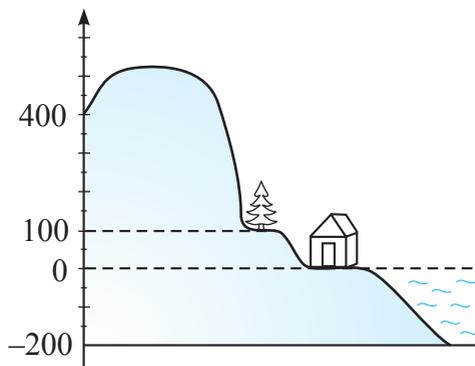


Vara, de regulă, temperatura aerului în Moldova este .

Observăm

Numerele pozitive și negative se folosesc și în geografie pentru notarea pozițiilor obiectelor față de nivelul mării.

În operații bancare, de regulă, veniturile se notează cu numere pozitive, iar cheltuielile – cu numere negative.



Dacă numărul întreg este precedat de semnul „-”, spunem că acest număr întreg este **negativ**.

Dacă numărul întreg este precedat de semnul „+”, spunem că acest număr întreg este **pozitiv**.

Numerele întregi negative:

..., -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1

Zero



Numerele întregi pozitive (numerele naturale nenule): +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, +8, ...

Nici negativ,
nici pozitiv

Semnul „+” din fața numărului pozitiv poate fi omis.

Rețineți!

Numerele întregi negative, 0 și numerele întregi pozitive formează **mulțimea numerelor întregi**. Mulțimea numerelor întregi se notează cu \mathbb{Z} .

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

Mulțimea $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ se numește **mulțimea numerelor întregi nenule**.

DIN ISTORIE...

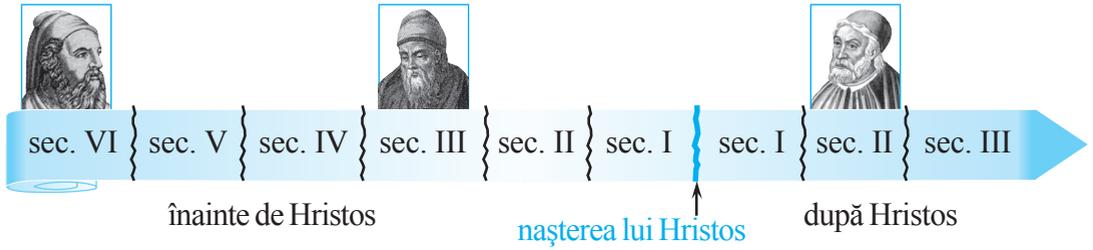
Timp îndelungat, numerele negative nu erau acceptate în calcule. Despre ele se spunea că sunt numere „false” sau numere „mai mici decât nimic (zero)”. Primii care asociau numerele pozitive cu averea, iar pe cele negative cu datoriile au fost hindușii. Chinezii utilizau anumite culori pentru scrierea numerelor: **roșu** – pentru numerele pozitive, **negru** – pentru cele negative.

În Europa, numerele negative au fost acceptate abia în secolul al XVIII-lea. Acum, numerele negative fac parte din universul nostru cotidian.

1.2. Axa numerelor. Numerele opuse

Cercetăm și descoperim

1 Dana a citit într-o carte despre matematicienii antici că Ptolemeu a trăit în secolul al II-lea, Pitagora – în secolul al VI-lea înainte de Hristos, iar Euclid – în secolul al III-lea înainte de Hristos. Ea a dorit să afle cine dintre ei a trăit mai înainte, de aceea a plasat secolele menționate pe axa cronologică (banda timpului).

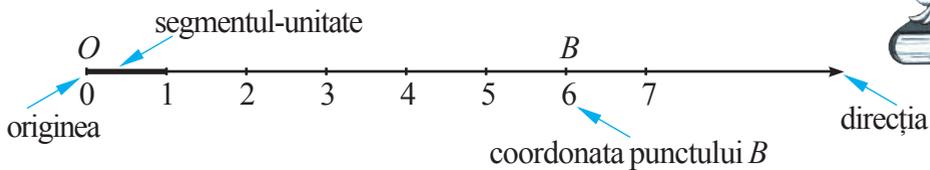


Răspuns: .

Observăm

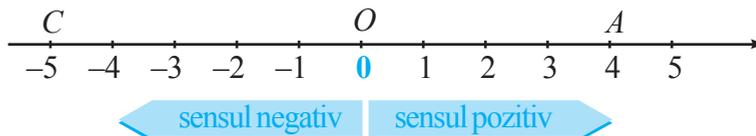
Pe axa cronologică este fixată originea (nașterea lui Hristos), direcția și segmentul-unitate (un secol).

În clasa a V-a, am construit următoarea axă a numerelor.



Completăm axa numerelor construită în clasa a V-a, reprezentând la stânga punctului O numerele $-1, -2, -3, \dots$

Axa numerelor



Rețineți!

Dreapta pe care sunt indicate originea, direcția (sensul pozitiv) și segmentul-unitate se numește **axa numerelor**.

2 LUCRARE PRACTICĂ



① Construiți pe caiet axa numerelor.

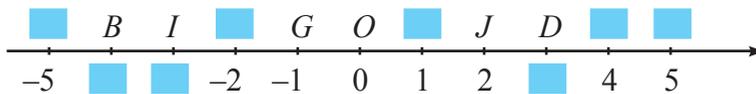
② Notați pe ea punctele:

$A(-2)$, $B(-4)$, $C(1)$, $D(3)$, $E(4)$, $F(-5)$, $G(-1)$, $H(5)$, $I(-3)$, $J(2)$.

③ Numiți perechile de puncte egal depărtate de originea axei.

Care este deosebirea dintre coordonatele punctelor fiecărei perechi?

Rezolvare:



Puncte egal depărtate față de originea axei: $F(-5)$ și $H(5)$, $B(-4)$ și $E(4)$,

$I(-3)$ și $D(3)$, $G(-1)$ și $J(2)$.

Coordonatele fiecărei perechi se deosebesc prin semn.

Numerele 1 și -1 se numesc **opuse**.

Numere opuse sunt: -5 și 5 ; -4 și 4 ; -3 și 3 ; -2 și 2 ; -1 și 1 .

Rețineți!

- ◆ Pentru orice număr întreg nenul a , numerele a și $-a$ se numesc **opuse**. Numerele opuse diferă numai prin semn.
Opusul numărului a este $-a$, iar opusul numărului $-a$ este a .
Opusul numărului 0 este 0 .
- ◆ Mulțimea numerelor întregi este formată din zero, mulțimea numerelor naturale nenule și numerele opuse lor.

Exemple:

Dacă $a = 2$, atunci $-a = -2$.

Dacă $a = -5$, atunci $-a = -(-5) = 5$.

Aplicăm

③ Utilizând rezultatele lucrării practice, stabiliți care număr este opusul numărului:

11 , 17 , -12 , -23 , $1\ 411$, -695 .

1.3. Modulul unui număr întreg

1 LUCRARE PRACTICĂ



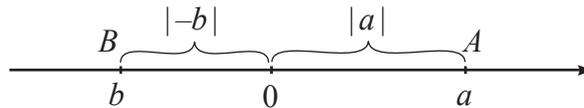
- ① Desenați axa numerelor.
- ② Notăți pe ea punctele $A(-4)$, $B(3)$, $C(-5)$, $D(5)$.
- ③ Calculați distanțele OA , OB , OC și OD , unde O este originea axei.
- ④ Reproduceți pe caiet și completați după model.

Punctul	Coordonata	Segmentul	Lungimea segmentului (Distanța până la punctul O)
A	-4	OA	4
B			
C			
D			



Rețineți!

Distanța de la originea O până la punctul $A(a)$, $a \in \mathbb{Z}$, se numește **modulul** sau **valoarea absolută** a numărului a și se notează $|a|$.



Aplicăm

2 Utilizând rezultatele lucrării practice, calculați:

$$|-4| = 4$$

$$|5| = \blacksquare$$

$$|-21| = \blacksquare$$

$$|3| = \blacksquare$$

$$|-8| = 8$$

$$|2005| = \blacksquare$$

$$|-5| = \blacksquare$$

$$|17| = 17$$

$$|0| = \blacksquare$$

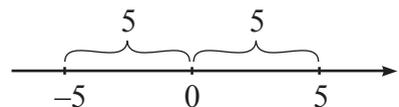
3 Fie numerele întregi opuse: a) -5 și 5 ; b) -80 și 80 ; c) 18 și -18 .
Aflați modulele acestor numere. Ce observați?

Rezolvare:

a) $|-5| = 5$, iar $|5| = 5$. Deci, $|-5| = |5|$.

b) $|-80| = \blacksquare$, iar $|80| = \blacksquare$. Deci, \blacksquare .

c) $|18| = \blacksquare$, iar $|-18| = \blacksquare$. Deci, \blacksquare .

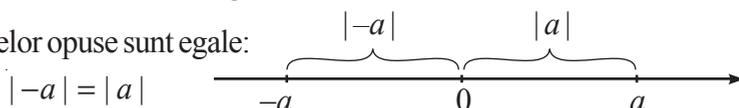


Rețineți!

◆ Valoarea absolută sau modulul oricărui număr întreg este un număr nenegativ.

◆ Pentru orice număr întreg a : $|a| = \begin{cases} a, & \text{dacă } a > 0 \\ 0, & \text{dacă } a = 0 \\ -a, & \text{dacă } a < 0 \end{cases}$

◆ Modulele numerelor opuse sunt egale:



Exerciții și probleme

1. Citiți numerele întregi:

$-3\,000$, -100 , -24 , -12 , -2 , 0 , 12 , 78 , $2\,005$, $30\,007$.

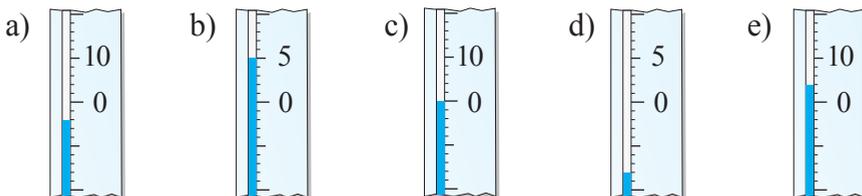
2. Scrieți cu cifre numerele întregi:

„minus nouăzeci și nouă”, „plus cincisprezece”, „minus două mii cincizeci”, „minus șapte milioane”, „plus douăzeci de miliarde”.

3. Determinați care dintre numerele -11 , 28 , -33 , 0 , 69 , -101 , 202 , -205 , 44 , -78 , 27 , 303 , 0 , $1\,012$, -600 , 99 sunt:

a) negative; b) pozitive; c) nenegative; d) nepozitive.

4. Citiți temperatura indicată de fiecare termometru:



5. Adevărat sau Fals?



a) $-5 \notin \mathbb{Z}$;

b) $17 \notin \mathbb{Z}$;

c) $28 \in \mathbb{N}$;

d) $4\frac{1}{3} \in \mathbb{Z}^*$;

e) $0 \in \mathbb{Z}^*$;

f) $-1 \notin \mathbb{N}$.

6. Construiți pe caiet o dreaptă verticală și fixați pe ea punctul O .

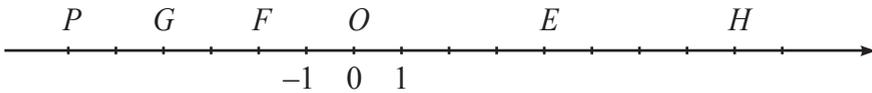
Notați pe această dreaptă punctele A , B , C , D astfel încât:

a) punctul A să fie situat cu 8 pătrățele mai sus de punctul O ;

b) punctul D să fie situat cu 5 pătrățele mai jos de punctul O ;

- c) punctul C să fie situat cu 6 pătrățele mai jos de punctul A ;
 d) punctul D să fie situat cu 4 pătrățele mai sus de punctul B .

7. Cercetați acasă termometrul pentru măsurarea temperaturii corpului uman. Ce temperaturi arată el: pozitive sau negative? Argumentați.
8. Desenați scala termometrului și notați pe ea temperatura:
 a) -5°C ; b) $+6^{\circ}\text{C}$; c) -4°C ; d) $+2^{\circ}\text{C}$; e) -1°C .
9. a) Reprezentați pe axă numerele întregi $-6, 7, 8, -8, 9, -10$.
 b) Observați axa și determinați coordonatele punctelor E, F, G, H, P .



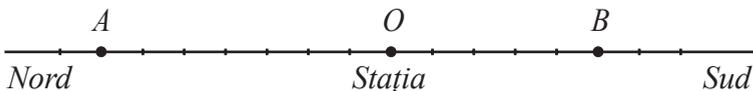
10. Scrieți numerele întregi care sunt reprezentate pe axa numerelor prin puncte aflate față de origine la o distanță de:
 a) 11 unități; b) 65 unități;
 c) 78 unități; d) 100 unități.
11. Reprezentați pe axă punctele $A(-7), B(-9), C(10), D(6)$.
12. Scrieți trei numere întregi reprezentate pe axă:
 a) la dreapta numărului 15; b) la stânga numărului -13 ;
 c) la dreapta numărului -18 ; d) la stânga numărului -5 ;
 e) între numerele -3 și 5 ; f) între numerele -1 și 8 .
13. Scrieți opusele numerelor întregi:
 a) $-65, 18, -22, -30, 11, 100, -2011, 0$;
 b) $100, -81, -36, 48, -99, 0, 33, -2012$.

14. *Adevărat sau Fals?*



- a) Opusul numărului 17 este numărul -17 .
 b) Opusul numărului -5 este numărul -5 .
 c) Opusul numărului 8 este numărul -3 .
 d) Opusul numărului -25 este numărul 25.

15. La ce distanță de stația O se află automobilul, dacă el a ajuns în punctul:
 a) A ; b) B ?



16. Reproduceți și completați tabelul:

a	5	-8		72	0		
$-a$			-3			-23	7



17. Aflați distanța de la origine până la punctul:

- a) $A(20)$; b) $B(-8)$; c) $C(-123)$; d) $D(129)$;
 e) $O(0)$; f) $F(-79)$; g) $G(2023)$; h) $H(-411)$.

18. Aflați valoarea absolută a numărului:

- a) 19; b) -33; c) -87; d) 104;
 e) -1 222; f) 69; g) -215; h) -98.

19. Completați:

- a) dacă $a \in \{-11, -9, -5, 6, 29, 388\}$, atunci $|a| \in \{\text{ }\}$;
 b) dacă $a \in \{33, -9, -55, 44, -66, 77, -88\}$, atunci $|a| \in \{\text{ }\}$.

20. Indicați pe axă punctele care au modulul egal cu:

- a) 6; b) 7; c) 0; d) 8; e) 5.

21. Sergiu s-a urcat în ascensorul unei clădiri cu 16 etaje până la etajul 7 și s-a deplasat cu 5 etaje. La ce etaj a ajuns Sergiu? Argumentați.

22. Scrieți elementele mulțimii:

- a) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 < x < 5\}$; b) $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 7\}$;
 c) $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 < x \leq 8\}$; d) $D = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -5 \leq x \leq 6\}$.

23. Adevărat sau Fals?

- a) $\{-7, 0, 1\} \subset \mathbb{N}$; b) $\{11, -3, 0\} \subset \mathbb{Z}^*$;
 c) $\{-5, -1, 0\} \subset \mathbb{Z}$; d) $\{0, 5, 7\} \subset \mathbb{N}^*$;
 e) $\{-2, 1, 7\} \subset \mathbb{Z}^*$; f) $\{1, 8, 100\} \subset \mathbb{Z}$.



24. Dați exemple de situații din viața cotidiană în care apar numere pozitive și numere negative.

25. Scrieți numerele întregi situate pe axă între numerele:

- a) 10,5 și 29,1; b) -5 și 12,4; c) -35 și -21;
 d) 11,2 și 31,8; e) -8 și 10,04; f) -46 și -31.

26. Scrieți toate numerele naturale mai mici decât 9 și opusele acestora.

27. În ce sens și cu câte unități trebuie deplasat un obiect din punctul:
 a) $A(-5)$ până în punctul $B(3)$; b) $C(6)$ până în punctul $D(-2)$?
28. Un obiect a fost deplasat din punctul A în sensul negativ cu 4 unități și acum el se află în punctul $B(-2)$. Aflați coordonata punctului A .
29. Un obiect a fost deplasat din punctul C în sensul pozitiv cu 7 unități și acum el se află în punctul $D(3)$. Aflați coordonata punctului C .
30. Completați:
 a) dacă $m \in \{0, -2, 5, -10\}$, atunci $-m \in \{ \quad \}$;
 b) dacă $k \in \{-3, 2, -7, 11\}$, atunci $-k \in \{ \quad \}$;
 c) dacă $a \in \{-9, 3, -1, 8\}$, atunci $-(-a) \in \{ \quad \}$.
31. Completați cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:
 a) $-(-35) = \quad$; b) $17 = \quad$;
 c) $-(-201) = \quad$; d) $126 = \quad$.
32. Aflați x , dacă:
 a) $|x| = 15$; b) $|x| = 123$; c) $|x| = 0$; d) $|x| = 63$; e) $|x| = 2\,012$.
33. Aflați:
 a) numărul pozitiv al cărui modul este: 1) 48; 2) 55; 3) 101; 4) 465;
 b) numărul negativ al cărui modul este: 1) 35; 2) 511; 3) 696; 4) 1001.
34. Determinați numărul al cărui modul este cel mai mare:
 a) $-7, 18, -35, 22, -14$; b) $64, -19, 59, -63, 33$.
35. Completați cu unul dintre semnele „ $<$ ”, „ $=$ ”, „ $>$ ” astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:
 a) $|-7| \quad \bullet \quad |8|$; b) $|25| \quad \bullet \quad |-13|$;
 c) $|-11| \quad \bullet \quad 10$; d) $|-66| \quad \bullet \quad |66|$;
 e) $|-102| \quad \bullet \quad |-98|$; f) $|15| \quad \bullet \quad |-35|$.
36. Calculați:
 a) $|-18| + |17| - |-30| \cdot 0$; b) $|28| - |-14| + |-55| \cdot 0$;
 c) $|68| : |-2| + |29| - |-15|$; d) $|-102| : |-3| + |91| - |-69|$.
37. Reproduceți desenul și notați originea axei. Ce coordonate au punctele C, D, E ?



38. Fie mulțimile:

a) $A = \{-4, -(-5), 0, 7, 21\}$ și $B = \{5, -(-7), 18, -8, 15\}$;

b) $A = \{17, -11, 18, -(-8), 25\}$ și $B = \{-13, -(-9), 8, -(-25)\}$.

Aflați: 1) $A \cup B$; 2) $A \cap B$; 3) $A \setminus B$; 4) $B \setminus A$.

39. Aflați numărul a , dacă:

a) $-(-a) = 12$; b) $-a = -(17)$; c) $a = -\{-[-(-25)]\}$.

40. Reprezentați pe axă numerele întregi x astfel încât:

a) $|x| \leq 5$; b) $|x| \leq 6$; c) $|x| < 7$; d) $|x| < 8$.

41. Scrieți trei valori întregi ale lui x care să satisfacă condițiile:

a) $x < 0$ și $|x| < 7$; b) $x > 0$ și $|x| \leq 5$.

42. Scrieți elementele mulțimii:

a) $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| < 3\}$; b) $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 1\}$;

c) $C = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| < 2\}$; d) $D = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 4\}$.

43. Fie mulțimile:

a) $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| < 9\}$ și $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, -5 < x \leq 8\}$;

b) $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 8\}$ și $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 7\}$.

Aflați: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

44. Aflați $|x|$, dacă distanța dintre punctele $B(x)$ și $C(-x)$ este egală cu 8 unități de măsură.

45. Adevărat sau Fals?



1) Dacă $a < 0$, atunci $|a| = a$.

2) Dacă $|a| = -a$, atunci $a = 0$.

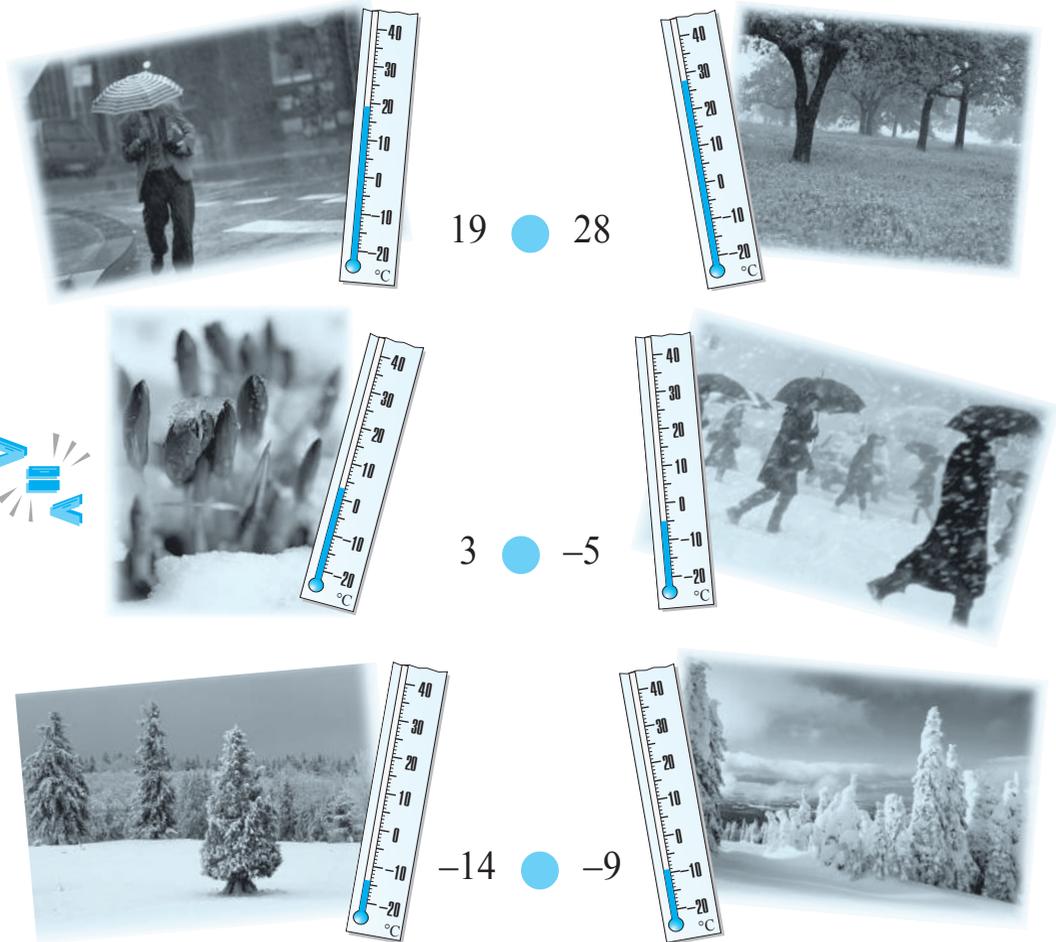
3) Dacă $a = b$, atunci $|a| = |b|$.

4) Dacă $|a| = |b|$, atunci $a = b$.

§2 Compararea și ordonarea numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

1 Observați imaginile și determinați semnul de comparație potrivit:



19 \bullet 28

3 \bullet -5

-14 \bullet -9

2 Comparați numerele întregi: a) 32 și 24; b) 8 și -15; c) -19 și -11.

Rezolvare:

Reprezentăm numerele din enunț pe axa numerelor:



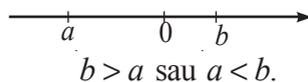
a) Numărul 32 se află pe axă la dreapta numărului 24. Deci, 32 \bullet 24.

b) Numărul 8 se află pe axă la dreapta numărului -13. Deci, 8 \bullet -13.

c) Numărul -19 se află pe axă la numărului -11. Deci, -19 \bullet -11.

Rețineți!

- ◆ Dintre două numere reprezentate pe axa numerelor, mai mare este cel care se află la dreapta celuilalt.



- ◆ Orice număr întreg negativ este mai mic decât orice număr întreg pozitiv.
- ◆ Numărul 0 este mai mic decât orice număr întreg pozitiv:
 $0 < 1 < 2 < 3 < 4 < \dots$
- ◆ Numărul 0 este mai mare decât orice număr întreg negativ:
 $\dots -5 < -4 < -3 < -2 < -1 < 0$.

3 Comparați:

- a) $17 \bullet 15$, $|17| \bullet |15|$;
- b) $100 \bullet 200$, $|100| \bullet |200|$;
- c) $-7 \bullet -4$, $|-7| \bullet |-4|$;
- d) $-98 \bullet -5$, $|-98| \bullet |-5|$.



Rețineți!

Dintre două numere întregi pozitive este mai mare cel care are modulul mai mare.
Dintre două numere întregi negative este mai mare cel care are modulul mai mic.

Exerciții și probleme



1. Reprezentați pe axă numerele 6, 2, -4, -8, 10, 3, -5 și determinați care dintre ele:
 - a) sunt mai mari decât 0;
 - b) sunt mai mici decât 0;
 - c) este cel mai mare;
 - d) este cel mai mic.
2. Scrieți ca inegalitate propoziția:
 - a) Numărul 111 este pozitiv.
 - b) Numărul -200 este negativ.
 - c) Numărul x este pozitiv.
 - d) Numărul y nu este negativ.
3. Completați cu unul dintre semnele „<”, „=” sau „>”:
 - a) $25 \bullet 17$;
 - b) $-19 \bullet 6$;
 - c) $-15 \bullet -4$;
 - d) $-7 \bullet 0$;
 - e) $11 \bullet -(-11)$;
 - f) $-24 \bullet -23$;
 - g) $16 \bullet -1$;
 - h) $8 \bullet -(-8)$.



4. Scrieți în ordine crescătoare numerele:
- 31, -27, -1, 0, 14, -17, 63, -3;
 - 44, -33, 22, -11, 0, 19, 54, -4.
5. La Bălți și Cahul a fost măsurată temperatura aerului în luna decembrie. Rezultatele sunt prezentate în tabel:

<i>Localitatea \ Data</i>	1	5	10	15	20	25
Cahul	0 °C	-5 °C	-10 °C	-12 °C	-16 °C	-19 °C
Bălți	-2 °C	-8 °C	-10 °C	-15 °C	-18 °C	-17 °C

- Comparați temperaturile aerului din Cahul și Bălți în fiecare dintre aceste zile. În care oraș a fost mai cald?
- În care zi a fost cel mai rece în fiecare dintre orașe? Dar cel mai cald?



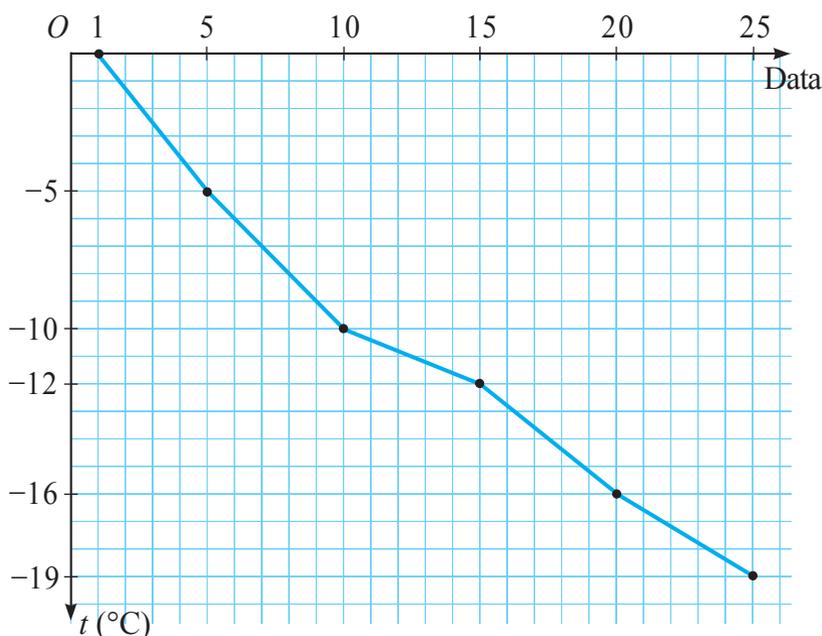
6. Determinați între care numere întregi succesive se află numărul:

- 5;
- 17;
- 7;
- 22;
- 0,5;
- 18,25.

Model:
a) Între -6 și -4.
Scriem: $-6 < -5 < -4$.

7. Care dintre temperaturi este mai mare:
- $a = 10\text{ }^{\circ}\text{C}$, $b = 15\text{ }^{\circ}\text{C}$;
 - $a = 21\text{ }^{\circ}\text{C}$, $b = 19\text{ }^{\circ}\text{C}$;
 - $a = 18\text{ }^{\circ}\text{C}$, $b = -14\text{ }^{\circ}\text{C}$;
 - $a = 12\text{ }^{\circ}\text{C}$, $b = -5\text{ }^{\circ}\text{C}$?
8. Completați cu cifre astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:
- $-6481 < -648\blacksquare$;
 - $-4\blacksquare78 > -4278$;
 - $1608 < 160\blacksquare$;
 - $45\blacksquare6 > 4546$?
9. Scrieți cinci numere întregi consecutive:
- mai mici decât 1;
 - mai mici decât -2;
 - mai mici decât -6;
 - mai mari decât -4.
10. Scrieți în ordine crescătoare numerele:
- 24, 16, $-|-18|$, $-(-15)$, $|63|$, -19, 21;
 - 48, 32, $|-61|$, $-|23|$, $|35|$, $-(-17)$, -61.

11. Dorin a reprezentat temperaturile înregistrate la Cahul (vezi tabelul problemei 5) prin următoarea schemă:



Considerând că temperatura s-a micșorat permanent, determinați în care zile este posibil să fi fost:

- a) $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$; b) $-14\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Reprezentați printr-o diagramă similară temperaturile înregistrate la Bălți. (Vezi tabelul problemei 5.)

12. Pentru care numere întregi a este adevărată propoziția $a + |a| > 0$?

13. Se știe că numerele întregi m și n sunt negative. Comparați numerele:

- a) $-m$ și n ; b) $-|n|$ și n ; c) $|m|$ și m ;
d) $|n|$ și m ; e) $-n$ și $|n|$; f) $|m|$ și $-m$.



14. Fie punctele $A(a)$ și $B(b)$ pe axa numerelor.



Se poate oare determina:

- a) care dintre numerele a și b este mai mare;
b) modulul cărui dintre numerele a și b este mai mare?

§3 Adunarea numerelor întregi

3.1. Adunarea numerelor întregi cu același semn

Cercetăm și descoperim

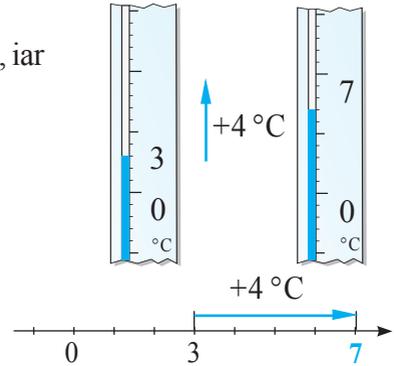
1 Dimineța, temperatura aerului a fost de $+3\text{ }^{\circ}\text{C}$, iar până la amiază, aceasta a crescut cu $4\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ce temperatură arăta termometrul la amiază?

Rezolvare:

Notăm creșterea temperaturii cu $+4\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Obținem: $(+3) + (+4) = 3 + 4 = 7$.

Răspuns: $+7\text{ }^{\circ}\text{C}$.



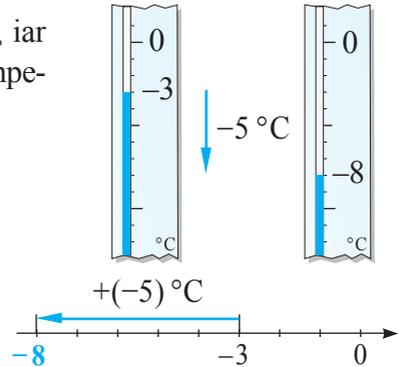
2 Seara, temperatura aerului a fost de $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$, iar până la miezul nopții, ea s-a micșorat cu $5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ce temperatură arăta termometrul la miezul nopții?

Rezolvare:

Notăm micșorarea temperaturii cu $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Obținem: $-3 + (-5) = \blacksquare$.

Răspuns: $\blacksquare\text{ }^{\circ}\text{C}$.



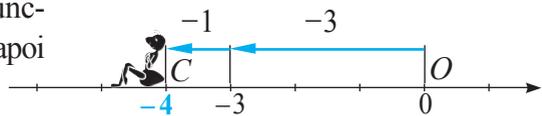
3 Furnica s-a deplasat pe axă din punctul O în sens negativ mai întâi cu 3 unități, apoi cu încă o unitate și a ajuns în punctul C .

Aflați coordonata punctului C .

Rezolvare:

$-3 + (\blacksquare) = \blacksquare$.

Răspuns: $C(\blacksquare)$.



E posibil și astfel:

$$\begin{aligned} -3 + (-1) &= \\ &= -(|-3| + |-1|) = \\ &= -(3 + 1) = -4. \end{aligned}$$



Rețineți

Pentru a aduna două numere întregi cu același semn:

- 1 se adună modulele celor două numere;
- 2 rezultatului i se atribuie semnul comun.

3.2. Adunarea numerelor întregi cu semne diferite

Cercelăm și descoperim

1 Nicu și Sandu s-au jucat la calculator. Nicu a obținut 7 puncte și 8 penalizări, iar Sandu – 6 puncte și 4 penalizări. Cine a câștigat, dacă fiecare penalizare anulează un punct?

Rezolvare:

Notăm punctele cu numere pozitive, iar penalizările cu numere negative.

Numărul penalizărilor lui Nicu este cu o unitate mai mare decât numărul punctelor.

Obținem: $(+7) + (-8) = -1$.

Numărul punctelor lui Sandu este cu 2 mai mare decât numărul penalizărilor.

Obținem: $6 + (-4) = \blacksquare$.

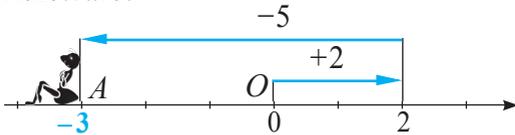
Răspuns: \blacksquare .



2 Furnica s-a deplasat pe axă din punctul O în sens pozitiv cu 2 unități, apoi în sens negativ cu 5 unități, ajungând în punctul A .

Aflați coordonata punctului A .

Rezolvare:



$+2 + (-5) = -3$.

Răspuns: -3 .

Eu rezolv astfel:

$$+2 + (-5) = -(|-5| - |+2|) = - (5 - 2) = -3$$

$$+8 + (-2) = +(8 - 2) = +6$$

$$-7 + (+3) = -(7 - 3) = -4$$



Rețineți!

Pentru a aduna două numere întregi cu semne diferite:

- 1 din modulul mai mare se scade modulul mai mic;
- 2 rezultatului i se atribuie semnul termenului al cărui modul este mai mare.

• Explicați de ce $+3 + (-3) = 0$.

Rețineți!

Suma a două numere întregi opuse este egală cu zero:

$$a + (-a) = 0, \text{ pentru orice } a \in \mathbb{Z}.$$

3.3. Proprietăți ale adunării numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

1 a) Analizați tabelul. Substituiți a și b cu numere întregi și verificați dacă sunt adevărate concluziile din tabel.

a	b	$a + b$	$b + a$	Concluzia
-6	4	$-6 + (+4) = -2$	$+4 + (-6) = -2$	$a + b = b + a, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$
-4	0	$-4 + 0 = -4$	$0 + (-4) = -4$	$a + 0 = 0 + a = a, a \in \mathbb{Z}$

b) Analizați tabelul. Substituiți a, b și c cu numere întregi și verificați dacă este adevărată concluzia din tabel.

a	b	c	$a + (b + c)$	$(a + b) + c$	Concluzia
-2	+7	-3	$-2 + (+7 + (-3)) =$ $= -2 + (+4) = 2$	$(-2 + (+7)) + (-3) =$ $= 5 + (-3) = 2$	$a + (b + c) = (a + b) + c,$ $a, b, c \in \mathbb{Z}$

Proprietăți ale adunării numerelor întregi

1° Adunarea numerelor întregi este comutativă:

$$a + b = b + a, \text{ oricare ar fi } a, b \in \mathbb{Z}.$$

2° Adunarea numerelor întregi este asociativă:

$$a + (b + c) = (a + b) + c, \text{ oricare ar fi } a, b, c \in \mathbb{Z}.$$

3° Numărul întreg 0 este elementul neutru al adunării numerelor întregi:

$$a + 0 = 0 + a = a, \text{ oricare ar fi } a \in \mathbb{Z}.$$

4° Orice număr întreg a are un opus $-a$, $-a \in \mathbb{Z}$, astfel încât

$$a + (-a) = -a + a = 0, \text{ oricare ar fi } a \in \mathbb{Z}.$$

Aplicăm

2 Calculați $((-2) + (-3)) + 3$.

Rezolvare:

$$((-2) + (-3)) + 3 = (-2) + (-3 + 3) = -2 + 0 = -2.$$

proprietatea 2°

Exerciții și probleme



1. Efectuați adunarea utilizând axa numerelor:

a) $+3 + (+7)$;

b) $-2 + (-6)$;

c) $-1 + (-8)$;

d) $+6 + (+1)$;

e) $-4 + (-9)$;

f) $-8 + (-2)$.

2. Calculați:

a) $-11 + (-120)$;

b) $-18 + (-17)$;

c) $+13 + (+34)$;

d) $-15 + (-27)$;

e) $+56 + (+27)$;

f) $-32 + (-181)$.

3. Seara, temperatura aerului a fost de -6°C . Pe parcursul nopții, ea a scăzut cu 5°C . Ce temperatură arăta termometrul dimineața?

4. Scrieți ca sumă a două numere întregi numărul:

a) -100 ;

b) -29 ;

c) -13 ;

d) -999 .

5. Completați tabelul cu patru numere astfel încât suma oricăror două dintre ele să fie negativă.

?	?
?	?

6. Completați cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $(-4) + \square = -6$;

b) $\square + (-2) = -12$;

c) $-3 + \square = -11$;

d) $\square + (-7) = -20$.

7. Depuneți pe axa numerelor punctul $A(-4)$. Apoi indicați punctul:

a) $B(b)$, unde $b = -4 + 2$;

b) $C(c)$, unde $c = -4 + 5$;

c) $D(d)$, unde $d = -4 + (-1)$;

d) $M(m)$, unde $m = -4 + 4$.

8. Calculați:

a) $-8 + 2$;

b) $12 + (-14)$;

c) $-16 + 15$;

d) $-6 + 17$;

e) $21 + (-9)$;

f) $-121 + 98$;

g) $137 + (-112)$;

h) $-291 + 290$.

9. Scrieți ca sumă a două numere întregi cu semne diferite numărul:

a) -2 ;

b) 3 ;

c) -5 ;

d) 0 ;

e) 7 ;

f) -1 .

10. Completați cu un număr întreg astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $2 + \square = -7$;

b) $\square + (-3) = -1$;

c) $-3 + \square = 3$;

d) $0 + \square = -6$;

e) $-8 + \square = 0$;

f) $-11 + \square = -11$.

11. Copiați și completați tabelul:

a	-10	5	-17	0	-8	-20	-13
b	12	-7	17	-3	-4	19	-10
$a + b$							



12. Calculați:

- a) $89 + (-62)$; b) $-89 + (-62)$; c) $-89 + 62$; d) $27 + (-43)$;
e) $-136 + (-49)$; f) $-186 + 236$; g) $-98 + (-59)$; h) $-43 + (-57)$;
i) $-64 + 75$; j) $-139 + 123$; k) $45 + (-105)$; l) $-82 + (-69)$.

13. Calculați valoarea expresiei $x + y$, dacă:

- a) $x = 171$, $y = 112$; b) $x = -213$, $y = -67$;
c) $x = -47$, $y = -133$; d) $x = -59$, $y = -241$.

14. Calculați:

- a) $(-4) + (-5) + (-6) + 2 + 3 + 4$; b) $(-7) + (-8) + (-4) + 15 + 4$;
c) $17 + (-12) + 18 + (-13) + 19 + (-14)$.

15. Comparați:

- a) $-99 + 100$ ● 0; b) $-20 + 17$ ● 0;
c) $82 + (-89) + 8$ ● 0; d) $-114 + 114$ ● 0.



16. Calculați folosind proprietățile adunării:

- a) $-14 + (-16 + 20)$; b) $(-18 + (-11)) + (-12)$;
c) $19 + (-13) + 3 + (-19)$; d) $-28 + (-17) + (-12) + 17$.

17. Aflați valoarea expresiei $a + (-38) + (-65) + b$ pentru:

- a) $a = 28$, $b = -25$; b) $a = -85$, $b = -12$.

18. Completați tabelul cu 3 numere diferite astfel încât suma oricăror două dintre ele să fie negativă.

7	?
?	?

19. Completați cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

- a) $627 + \blacksquare = 0$; b) $217 + 325 + \blacksquare = 325$;
c) $\blacksquare + 215 + \blacksquare = 215$; d) $\blacksquare + 2000 + \blacksquare = 300$.

20. Aflați suma tuturor numerelor întregi de la -99 până la 100 .

21. În ce condiții egalitatea $x + y + z + t = 0$ este adevărată, dacă x și z sunt numere întregi opuse?

22. Calculați suma dintre cel mai mare număr întreg pozitiv de trei cifre distincte și cel mai mic număr întreg negativ format din:

- a) 3 cifre distincte; b) 5 cifre distincte; c) 6 cifre distincte.

§4 Scăderea numerelor întregi

4.1. Scăderea numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

1 Nelu i-a propus fratelui mai mic, Gelu, să efectueze scăderea:
 $4 - 7$.

Gelu, mirat, a răspuns că nu există așa un număr care să fie egal cu diferența $4 - 7$.

Nelu i-a explicat lui Gelu că, într-adevăr, un astfel de număr natural nu există, dar el poate fi ușor găsit printre numerele întregi.

• Urmărind rezolvarea următoarei probleme, veți înțelege cum i-a explicat Nelu lui Gelu scăderea $4 - 7$.

$$4 - 7 = ?$$



2 Seara, temperatura aerului era de 4°C , iar în timpul nopții s-a micșorat cu 7°C . Ce temperatură arăta termometrul dimineața?

Rezolvare:

Metoda I

Fie x valoarea temperaturii căutate.

Când temperatura s-a micșorat cu 7°C , ea a devenit mai mică cu 7°C , de aceea

$$4 - 7 = x, \text{ unde } 4 = x + 7.$$

$$x = -3, \text{ deoarece } -3 + 7 = 4.$$

$$\text{Așadar, } 4 - 7 = -3.$$

Răspuns: -3°C .

Diferență a două numere întregi a și b se numește numărul întreg $c = a - b$, astfel încât $a = c + b$.

$$a - b = c$$

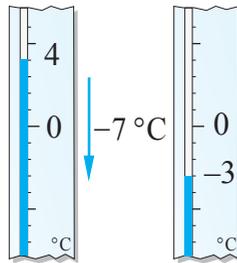
descăzut scăzător diferență (rest)

Metoda II

Notăm micșorarea temperaturii cu -7°C .

Obținem:

$$4 + (-7) = -3.$$



$$4 - 7 = 4 + (-7) = -3.$$



3 În afara navei cosmice, partea scafandului luminată de Soare are temperatura de $+140^{\circ}\text{C}$, iar cea din umbră are temperatura de -130°C . Aflați diferența dintre aceste două temperaturi.



Rezolvare:

$$140 - (-130) = x. \text{ Aflăm un număr } x \text{ astfel încât } x + (-130) = 140.$$

$$x = \text{■}, \text{ deoarece } \text{■} + (-130) = 140.$$

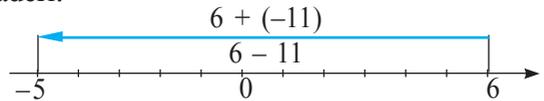
Răspuns: ■ $^{\circ}\text{C}$.



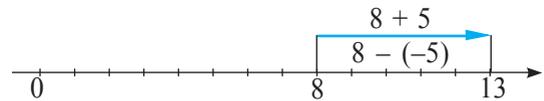
$$140 - (-130) = 140 + 130 = 270$$

• Cercetați și explicați următoarele scăderi:

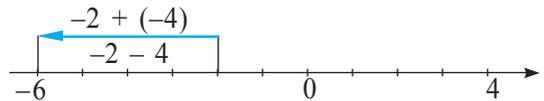
$$6 - 11 = 6 + (-11) = -5;$$



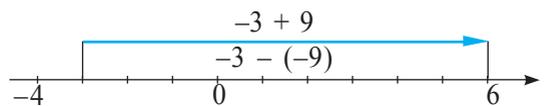
$$8 - (-5) = 8 + 5 = 13;$$



$$-2 - 4 = -2 + (-4) = -6;$$



$$-3 - (-9) = -3 + 9 = 6.$$



Rețineți!

Pentru a scădea două numere întregi, se adună descăzutul cu opusul scăzătorului:
 $a - b = a + (-b)$ pentru orice $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$.

4.2. Distanța dintre două puncte pe axa numerelor (opțional)

Cercetăm și descoperim

1 Furnica se deplasează pe axă de la punctul $A(a)$ până la punctul $B(b)$. Aflați ce distanță a parcurs furnica, dacă:

a) $a = 2, b = 6;$

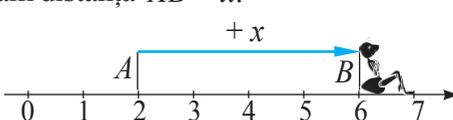
b) $a = -2, b = 5;$

c) $a = -1, b = -4.$

Rezolvare:

Notăm distanța $AB = x$.

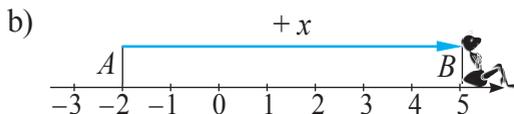
a)



$$2 + x = 6$$

$$x = 4$$

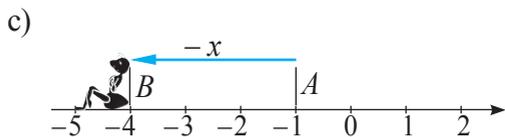
$$AB = 6 - 2 = 4$$



$$-2 + x = 5$$

$$x = \square$$

$$AB = 5 - \square = \square + \square = \square$$



$$-1 + (-x) = -4$$

$$x = \square$$

$$AB = -1 - \square = \square + \square = \square$$

Distanța dintre punctele $A(a)$ și $B(b)$ pe axă se calculează după formula $AB = |a - b|$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$.

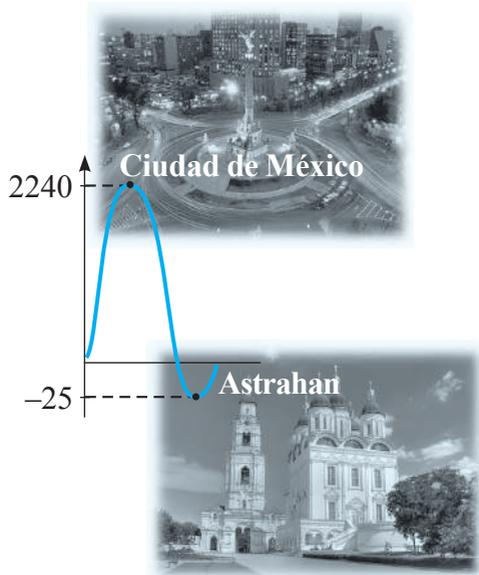
Aplicăm

2 Orașul Astrahan este situat la 25 m mai jos de nivelul mării, iar orașul Ciudad de México (capitala Mexicului) este situat la 2240 m mai sus de nivelul mării. Cu câți metri mai sus de nivelul orașului Astrahan este situat orașul Ciudad de México?

Rezolvare:

$$2240 - (-25) = 2240 + 25 = 2265 \text{ (m)}.$$

Răspuns: 2265 m.



Exerciții și probleme



1. Continuăți:

a) $-1 - 5 = -1 + (-5) = \dots$;

c) $7 - (-10) = 7 + 10 = \dots$;

e) $-15 - 15 = -15 + \dots = \dots$;

g) $24 - (-9) = 24 + \dots = \dots$;



b) $2 - 9 = 2 + (-9) = \dots$;

d) $-4 - (-3) = -4 + 3 = \dots$;

f) $11 - 18 = 11 + \dots = \dots$;

h) $-15 - (-23) = -15 + \dots = \dots$

2. Efectuați:

a) $-13 - 6$;

b) $40 - 52$;

c) $-17 - (-17)$;

d) $-16 - 9$;

e) $12 - 26$;

f) $8 - (-31)$;

g) $0 - (-13)$;

h) $0 - 22$;

i) $34 - (-12)$.

3. Completați cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $0 - \square = -8$;

b) $10 - \square = -2$;

c) $\square - 4 = -1$;

d) $\square - 10 = -7$;

e) $-3 - \square = 6$;

f) $9 - \square = 15$;

g) $0 - \square = 7$;

h) $\square - (-3) = -4$;

i) $\square - (-12) = 14$.

4. Micșorați fiecare număr cu 25.

a) $\boxed{18}$;

b) $\boxed{0}$;

c) $\boxed{-6}$;

d) $\boxed{1}$;

e) $\boxed{24}$.

5. Copiați și completați tabelul:

a	8	0	-4	-15	1	-18
b	-13	-7	-16	4	15	0
$a - b$						
$b - a$						



6. Utilizând axa numerelor, aflați distanța AB dintre punctele $A(a)$ și $B(b)$, dacă:

a) $a = -5, b = 3$;

b) $a = 1, b = 10$;

c) $a = -7, b = -8$.

7. Cea mai scăzută temperatură de pe Pământ, de -89°C , s-a înregistrat în Antarctica, iar cea mai ridicată, de 58°C , - în Africa. Aflați diferența dintre temperatura cea mai ridicată și temperatura cea mai scăzută de pe Pământ.



tre temperatura
tura cea mai
ridicată și tem-
peratura cea
mai scăzută de pe Pământ.

8. Calculați:

a) $-12 - 8 + 7$;

b) $9 - 16 - 3$;

c) $25 - 28 - 7$;

d) $-7 - 15 - 21$;

e) $6 - 14 + 8$;

f) $-9 - 7 + 11$.

9. Aflați valoarea expresiei numerice:

a) $-3 - 8 + 12 - 4 + 11$;

b) $4 - 5 + 11 - 9 - 4$;

c) $9 - 2 - 8 + 4 - 21$;

d) $-16 - 7 + 32 - 21 + 17$;

e) $-16 + 9 + 27 - 11 - 8$.

10. Determinați valoarea expresiei $x - y + z$, dacă:

- a) $x = -3, y = -7, z = -12$;
 b) $x = 9, y = 12, z = -8$;
 c) $x = -21, y = -6, z = 17$.

11. Completați cu unul dintre semnele „+” sau „-” astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $72 \bigcirc (-53) = 125$;

c) $-37 \bigcirc (-64) = -101$;

e) $-61 \bigcirc 9 = -70$;



b) $96 \bigcirc 81 = -45$;

d) $-49 \bigcirc 17 = -32$;

f) $74 \bigcirc (-26) = 100$.

12. Care din punctele B și C este situat pe axă mai departe de punctul $A(-12)$, dacă:

- a) $B(-6), C(-16)$; b) $B(3), C(-27)$?

13. Copiați și completați tabelul:

a	b	$a - b$	$b - a$	$ a - b $	$ b - a $
-6	-9				
12	19				
-10	4				
5	-11				



14. Poate oare diferența a două numere să fie mai mare decât suma lor?

Argumentați răspunsul prin exemple.

15. Substituiți \bigcirc cu unul dintre semnele „+” sau „-”, iar \blacksquare cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $(\bigcirc 24) + (\bigcirc \blacksquare) = -12$;

b) $(\bigcirc \blacksquare) - (\bigcirc 10) = 22$;

c) $-15 - (\bigcirc \blacksquare) = 0$;

d) $(\bigcirc 9) + (+4) = -\blacksquare$.



16. Fie punctele $A(-12), B(-4)$ pe axa numerelor. Aflați coordonatele punctului C și lungimea segmentului AC , dacă B este mijlocul acestui segment.

§5 Înmulțirea numerelor întregi

5.1. Înmulțirea numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

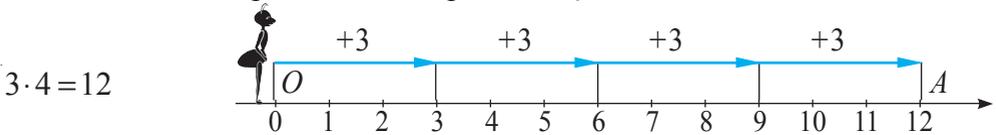
1 Furnica se deplasează pe axa numerelor cu viteza de 3 unități pe minut. Acum se află în originea axei.

- a) În ce punct va ajunge furnica peste 4 minute?
- b) În ce punct se afla furnica acum 4 minute?

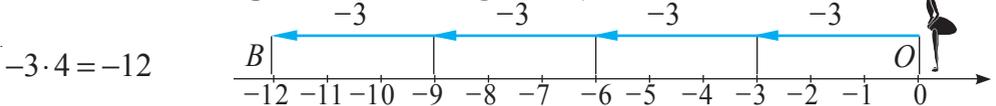
Rezolvare:

a) Notăm viteza furnicii în sens pozitiv cu 3 unități/min., iar în sens negativ – cu –3 unități/min.

① Dacă furnica se deplasează în sens pozitiv, obținem:

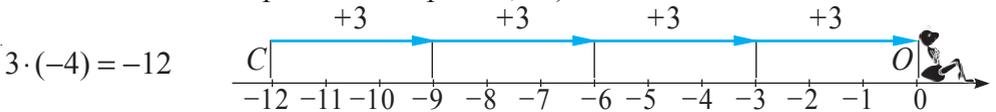


② Dacă furnica se deplasează în sens negativ, obținem:

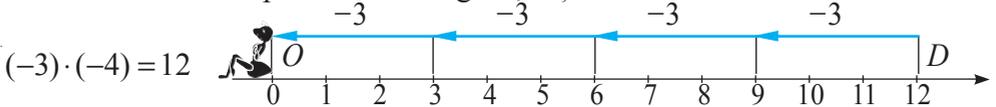


b) Notăm timpul de acum 4 minute cu –4.

① Dacă furnica s-a deplasat în sens pozitiv, obținem:



② Dacă furnica s-a deplasat în sens negativ, obținem:



Răspuns: a) ① A(12); ② B(-12); b) ① C(-12); ② D(12).

Rețineți!

Pentru a înmulți două numere întregi cu semne diferite, se înmulțesc modulele lor, iar rezultatului i se atribuie semnul „-”.

Pentru a înmulți două numere întregi de același semn, se înmulțesc modulele lor.

$$-7 \cdot 8 = -|7| \cdot |8| = -56;$$

$$9 \cdot (-5) = -|9| \cdot |-5| = -45.$$

$$+5 \cdot (+4) = |+5| \cdot |+4| = 20;$$

$$-6 \cdot (-4) = |-6| \cdot |-4| = 24.$$

Dependența semnului unui produs a două numere întregi nenule de semnele factorilor poate fi memorată utilizând tabelul semnelor:



Semnul numărului a	Semnul numărului b	Semnul numărului $a \cdot b$
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+



2 Observați exemplele și verificați concluziile cu ajutorul altora.

$$\begin{aligned} -8 \cdot 1 &= -8 \\ 3 \cdot 1 &= 3 \end{aligned}$$

Înmulțind un număr întreg cu 1, obținem același număr.

$$\begin{aligned} -1 \cdot 5 &= -5 \\ -7 \cdot (-1) &= 7 \end{aligned}$$

Înmulțind un număr întreg cu (-1) , obținem opusul acestuia.

$$\begin{aligned} -3 \cdot 0 &= 0 \\ 0 \cdot (-9) &= 0 \end{aligned}$$

Rezultatul înmulțirii cu 0 a oricărui număr întreg este 0.

5.2. Proprietățile înmulțirii

$$\begin{aligned} 6 \cdot (-2) &= -12 \\ -2 \cdot 6 &= -12 \\ 6 \cdot (-2) &= -2 \cdot 6 \end{aligned}$$

1° *Comutativitatea:*
 $a \cdot b = b \cdot a$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} -15 \cdot (4 \cdot 7) &= -420 \\ (-15 \cdot 4) \cdot 7 &= -420 \\ -15 \cdot (4 \cdot 7) &= (-15 \cdot 4) \cdot 7 \end{aligned}$$

2° *Asociativitatea:*
 $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} 7 \cdot (-2 + 12) &= 70 \\ 7 \cdot (-2) + 7 \cdot 12 &= 70 \\ 7 \cdot (-2 + 12) &= 7 \cdot (-2) + 7 \cdot 12 \end{aligned}$$

3° *Distributivitatea înmulțirii față de adunare:*
 $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Z}$, $c \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{aligned} -19 \cdot 1 &= -19 \\ 1 \cdot (-46) &= -46 \end{aligned}$$

4° *Numărul 1 este element neutru la înmulțire:*
 $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, pentru orice $a \in \mathbb{Z}$.

• Scrieți în locul literelor a , b și c orice numere întregi și verificați dacă sunt adevărate proprietățile.

Aplicăm

Calculați: a) $(-4) \cdot 53 \cdot (-25)$; b) $7 \cdot (-93) + 7 \cdot 92$.

Rezolvare:

$$\text{a) } \underbrace{(-4) \cdot 53 \cdot (-25)}_{\text{proprietatea } 1^\circ} = 53 \cdot (-4) \cdot (-25) = 53 \cdot 4 \cdot 25 = 53 \cdot 100 = 5\,300.$$

$$\text{b) } \underbrace{7 \cdot (-93) + 7 \cdot 92}_{\text{proprietatea } 3^\circ} = 7 \cdot (-93 + 92) = 7 \cdot (-1) = -7.$$

Exerciții și probleme



1. Nivelul apei râului Nistru se modifică în fiecare zi cu 2 cm.

Astăzi este joi și nivelul apei este de 424 cm.

a) Care va fi nivelul apei duminică, dacă el este în creștere?

b) Care a fost nivelul apei luni, dacă el a fost în descreștere?

2. Efectuați:

a) $6 \cdot (-9)$;

b) $(-15) \cdot 7$;

c) $(-4) \cdot (-11)$;

d) $-1 \cdot 17$;

e) $(-12) \cdot 0$;

f) $-6 \cdot (-9)$;

g) $0 \cdot (-27)$;

h) $(-14) \cdot (-3)$;

i) $21 \cdot (-6)$.

3. Copiați pe caiet și completați tabelul:

a	8	-7	-4	-52	-1	-12	-6
b	-3	9	-31	0	-75	3	-15
$a \cdot b$							

4. Scrieți ca produs de doi factori numărul:

a) -28;

b) -12;

c) -7;

d) 0;

e) -1.

5. Determinați semnul produsului și completați cu unul dintre semnele „>”, „<”, „=” astfel încât propoziția obținută să fie adevărată.

a) $(-12) \cdot (-57) \cdot (-81)$ ● 0;

b) $(-48) \cdot (+21) \cdot (-36)$ ● 0;

c) $(-15) \cdot (+15) \cdot (-25)$ ● 0;

d) $(-521) \cdot (-152) \cdot 0$ ● 0.



6. Aflați $-15a$, dacă:

a) $a = -2$; b) $a = -1$; c) $a = 0$; d) $a = 7$.

7. Calculați: a) $20 \cdot 18 \cdot (-5)$;

b) $(-2) \cdot (-35) \cdot (-8)$;

c) $(-54) \cdot (-82) \cdot 0$;

d) $(-24) \cdot 8 \cdot (-5)$.

8. Efectuați:

a) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$; b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$.

9. Fără a efectua calculele, determinați semnul produsului:

a) $(-5 - 6 - 7 - 8 - 9) \cdot (-55)$;

b) $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot (-1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6)$.

10. Scrieți numărul -24 ca produs de:

a) doi factori; b) trei factori; c) patru factori.

11. Completați cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $-32 \cdot \blacksquare = 96$;

b) $\blacksquare \cdot (-7) = 84$;

c) $\blacksquare \cdot 13 = -65$;

d) $-9 \cdot \blacksquare = -108$.

12. Efectuați operațiile în modul cel mai rațional, utilizând proprietățile înmulțirii:

a) $(-21) \cdot (-8) \cdot 3 \cdot (-25)$;

b) $(-5) \cdot (-25) \cdot (-2) \cdot (-4)$;

c) $(-13) \cdot 52 + 48 \cdot (-13)$;

d) $29 \cdot (-125) - 29 \cdot (-124)$.

13. Aflați valoarea expresiei:

a) $-3m + 5$, dacă $m = 7$;

b) $2 - 5n$, dacă $n = -6$;

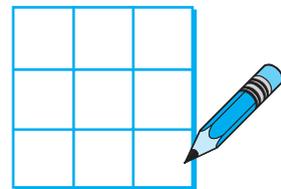
c) $4ab + 2$, dacă $a = 3$, $b = -1$;

d) $143 - 15xy$, dacă $x = -12$, $y = 0$.

14. Aflați produsul tuturor numerelor întregi de la -20 până la 15 .

15. Suma a două numere întregi nenule este egală cu zero. Ce semn va avea produsul acestor numere?

16. Completați cu numerele $-1, 2, -3, -4, 5, -6, -7, 8, -9$ astfel încât produsul numerelor situate pe orice verticală, orizontală, diagonală să fie pozitiv.



§6 Împărțirea numerelor întregi

Cercetăm și descoperim

1 Temperatura aerului la poalele munților este de 0°C și se micșorează cu 2°C la fiecare kilometru de urcuș. La ce înălțime de la poalele munților se află schiorul dacă temperatura aerului acolo este de -6°C ?

Rezolvare:

Notăm micșorarea temperaturii cu 2°C prin -2°C .

Calculăm: $-6 : (-2) = 3$, deoarece
 $3 \cdot (-2) = -6$.

Răspuns: 3 km.



A împărți numărul întreg -6 la numărul întreg -2 înseamnă a găsi un număr astfel încât produsul acestuia cu -2 să fie egal cu -6 .

2 Observați exemplele și verificați concluziile cu ajutorul altor exemple.

deîmpărțit împărțitor cât

$$-18 : (-6) = +3,$$

deoarece $+3 \cdot (-6) = -18$

Câtul împărțirii a două numere întregi de același semn este un număr pozitiv.

$$+24 : (-4) = -6,$$

deoarece $-6 \cdot (-4) = +24$

$$-21 : (+7) = -3,$$

deoarece $-3 \cdot 7 = -21$

Câtul împărțirii a două numere întregi de semne diferite este un număr negativ.

Modulul câtului este egal cu câtul modulelor deîmpărțitului și împărțitorului.

$$|-18 : (-6)| = |-18| : |-6| = |3|$$

$$|+24| : |-4| = |-6|$$

$$|a : b| = |a| : |b|, a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$$

$$|-21| : |+7| = |-3|$$

Semnul câtului, în funcție de semnul deîmpărțitului și de cel al împărțitorului, poate fi ușor memorat cu ajutorul tabelului alăturat.

• Comparați tabelul cu cel al dependenței semnului produsului de semnele factorilor.

Semnul numărului a	Semnul numărului b	Semnul numărului $a : b$
+	+	+
+	-	-
-	+	-
-	-	+

3 Observați exemplele și verificați concluziile cu ajutorul altor exemple.

$$\begin{aligned} -6 : 1 &= -6 \\ 5 : 1 &= 5 \end{aligned}$$

Împărțind un număr întreg la 1, obținem același număr, adică deîmpărțitul.

$$\begin{aligned} -3 : (-1) &= 3 \\ 7 : (-1) &= -7 \end{aligned}$$

Împărțind un număr întreg la -1 , obținem numărul opus deîmpărțitului.

$$\begin{aligned} 0 : 5 &= 0 \\ 0 : (-8) &= 0 \end{aligned}$$

Rezultatul împărțirii lui 0 la orice număr întreg nenul este 0.

Împărțirea la 0 n-are sens.

$$\cancel{a : 0}$$

Exerciții și probleme

1. Efectuați și verificați rezultatul prin înmulțire:

a) $-15 : 3$;

b) $21 : (-7)$;

c) $-24 : (-8)$;

d) $0 : (-4)$.

2. Efectuați:

a) $78 : (-6)$;

b) $-52 : (-13)$;

c) $-84 : 12$;

d) $96 : (-8)$;

e) $57 : (-3)$;

f) $-108 : 4$;

g) $0 : (-32)$;

h) $-51 : (-1)$;

i) $-121 : 11$.

3. Reproduceți și completați tabelul:

a	-41	0	-64	-17	125	-63
b	41	-37	-16	-1	-5	-3
$a : b$						



4. Calculați valoarea expresiei $-48 : a$, dacă:

a) $a = -3$;

b) $a = 12$;

c) $a = -8$;

d) $a = 6$.

5. Calculați valoarea expresiei $a : (-3)$, dacă:

a) $a = -27$;

b) $a = 36$;

c) $a = 0$;

d) $a = -108$.



6. Calculați:

a) $(23 - 32) : (-3)$;

b) $(-12 + 36) : (-8)$;

c) $(-15 - 29) : 11$;

d) $(-7 - (-21)) : (-7)$.

7. Reproduceți și completați tabelul:

a	17	-13		53		
b	-3		-3		-1	-26
$a \cdot b$		65	-39	-53	1	0



8. La ora 8:00, într-o cameră frigorifică temperatura era de 0°C . În fiecare oră, temperatura s-a micșorat cu 3°C . La ce oră temperatura a fost de -12°C ?

9. Calculați:

a) $(-29 \cdot 4) : 4$;

b) $(31 \cdot (-6)) : 31$;

c) $(-7 \cdot 25) : (-7)$;

d) $(-3 \cdot (-10)) : 10$.

10. Reproduceți și completați tabelul. Trageți concluzia.

a	-68	57	-116	0
b	-17	-3	29	-19
$ a : b $				
$ a : b $				



11. Substituiți a , b și c cu numere întregi nenule și determinați care dintre următoarele egalități sunt false:

a) $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$;

b) $(a \cdot b) : c = (a \cdot c) : b$;

c) $(a : b) \cdot c = (a \cdot c) : b$;

d) $(a : b) : c = a : (b : c)$.

12. Substituiți  cu semnele operațiilor aritmetice (+, -, ·, :) astfel încât să obțineți propoziții adevărate.

a) $1 \cdot 2 \cdot 3 = -1$;

b) $-1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 1$;

c) $-1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = -1$.



7.1. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural

Cercetăm și descoperim

Înmulțirea numerelor naturale nenule egale poate fi scrisă ca putere:

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}_{4 \text{ factori}} = (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) \cdot (+3) = (+3)^4$$

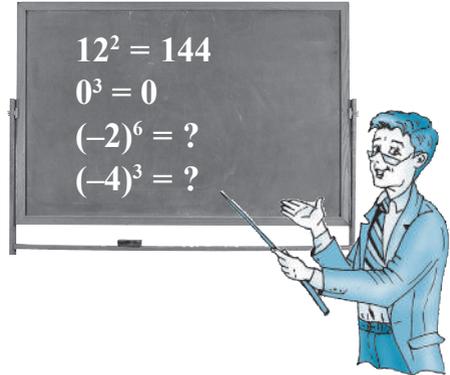
Citim:

„3 la puterea a patra” sau „3 la a patra”.

$$11^3 = \underbrace{11 \cdot 11 \cdot 11}_{3 \text{ factori}}$$

Citim:

„11 la puterea a treia” sau „11 la cub”.



Dar înmulțirea numerelor negative egale?

$$\underbrace{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)}_{6 \text{ factori}} = (-5)^6$$

Înmulțirea factorilor egali este

operația de ridicare la putere:

$(-5)^6$ este o putere cu baza puterii -5 și exponentul puterii 6 .

Citim: „ -5 la puterea a șasea” sau „ -5 la a șasea”.



Generalizăm

Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural

Oricare ar fi numărul întreg nenul a și numărul natural n :

- $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}$, pentru $n > 1$.
- $a^1 = a$.
- $a^0 = 1$, $a \neq 0$.
- 0^0 – n-are sens.

Observăm

Pentru $a, n \in \mathbb{N}^*$:

$$1) (+a)^n = +a^n = a^n$$

$$2) (-a)^n = \begin{cases} a^n, & \text{pentru } n \text{ par} \\ -a^n, & \text{pentru } n \text{ impar} \end{cases}$$

$$(+10)^4 = 10^4.$$

$$(-5)^2 = 25 = 5^2.$$

$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 4 \cdot (-2) = -8 = -2^3.$$

Observăm, citim și completăm

- a) $(-12)^{25}$ → „-12 la puterea a 25-a” -12 – baza puterii;
sau „-12 la a 25-a”; 25 – exponentul puterii.
- b) $2\,011^6$ → „2 011 la puterea a 6-a” 2 011 – baza puterii;
sau „2 011 la a 6-a”; 6 – exponentul puterii.
- c) $(-21)^2$ → „ [] ” [] – baza puterii;
sau „ [] ”; [] – exponentul puterii.
- d) $(-100)^3$ → „ [] ” [] – baza puterii;
sau „ [] ”; [] – exponentul puterii.

Aplicăm și comentăm

1. $\underbrace{(+10) \cdot (+10) \cdot (+10) \cdot (+10)}_{4 \text{ factori}} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4$ → 10 – baza puterii,
4 – exponentul puterii.
2. $88^3 = \underbrace{[] \cdot [] \cdot []}_{3 \text{ factori}}$ → [] – baza puterii,
[] – exponentul puterii.
3. $\underbrace{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)}_{5 \text{ factori}} = (-2)^5$ → [] – baza puterii,
[] – exponentul puterii.
4. $\underbrace{(-16)^7 = (-16) \cdot (-16) \cdot (-16) \cdot (-16) \cdot (-16) \cdot (-16) \cdot (-16)}_{7 \text{ factori}}$ → [] – baza puterii,
[] – exponentul puterii.

Memorator

$\underbrace{(-) \cdot (-) \cdot \dots \cdot (-) \cdot (-)}_{n \text{ par}} = +$	→	$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$
$\underbrace{(-) \cdot (-) \cdot \dots \cdot (-) \cdot (-)}_{n \text{ impar}} = -$	→	$(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

7.2. Ordinea efectuării operațiilor

Rezolvăm și comentăm

Calculați: $60 - 8 \cdot 50 + 2 \cdot 12^3$.

Rezolvare:

$$\begin{aligned} & 60 - 8 \cdot 50 + 2 \cdot 12^3 = \\ & = 60 - 8 \cdot 50 + 2 \cdot 1\,728 = \\ & = 60 - 400 + 2 \cdot 1\,728 = \\ & = \underline{60 - 400} + 3\,456 = \\ & = \underline{-340 + 3\,456} = \\ & = 3\,116. \end{aligned}$$

Observați ordinea efectuării operațiilor.

Ce știm? Ce aflăm?

- Adunarea și scăderea sunt operații de ordinul I → $30 + 60 - 15 = 75$
- Înmulțirea și împărțirea sunt operații de ordinul II → $7 \cdot 10 : 14 = 5$
- Ridicarea la putere este operație de ordinul III → $45 + 2 \cdot 3 - 14^2 = -145$

Rețineți!

- ◆ Într-o expresie cu paranteze efectuăm mai întâi operațiile din paranteze.
- ◆ Într-o expresie fără paranteze, doar cu operații de același ordin, efectuăm operațiile în ordinea în care sunt scrise.
- ◆ Dacă într-o expresie fără paranteze se întâlnesc operații de ordine diferite, efectuăm întâi operațiile de ordinul III, apoi operațiile de ordinul II, și, în ultimul rând, operațiile de ordinul I.

O expresie matematică poate conține:

- paranteze drepte []
- paranteze rotunde ()
- acolade { }

• Efectuați:

$$\{18 - [6 - 5 \cdot (20 - 18)]\} - 2\,010.$$

Întâi efectuăm operațiile din parantezele rotunde, apoi operațiile din parantezele drepte, după care cele din acolade.

Exerciții și probleme



1. Cei 16 elevi, membri ai cercului de matematică, au fost împărțiți în 4 grupuri a câte 4 elevi în grup, fiecare având câte 4 seturi a câte 4 figuri geometrice fiecare. Câte figuri geometrice sunt în total?

2. a) Pentru fiecare dintre puterile următoare precizați care este baza și care este exponentul:

$$4^5, (-3)^{28}, 0^4, 3^{10}, a^b, x^5, 16^y, 3^{2012}, (-2)^x, 1^{999}, 42^1, 18, (-16)^4, 4^0.$$

b) Există printre ele puteri cu aceeași bază? Dar cu același exponent?

3. Efectuați:

a) 458^0 ;

b) $(-15)^4$;

c) $(-1)^{2011}$;

d) 1^{2999} ;

e) $(-7)^3$;

f) $(-60)^2$;

g) 10^4 ;

h) $(-10)^7$.

4. Comparați:

a) 2^5 ● $(-2)^5$;

c) $(-3)^4$ ● $(-9)^2$;



b) 6^2 ● $(-3)^4$;

d) 14^5 ● $(-2)^5$.

5. Efectuați:

a) $6 \cdot (-3) + 15 - 8^2$;

b) $12 : (-3) - 6 + (-10)^3$;

c) $(-5)^5 \cdot [6 - 2 \cdot (-18)]$;

d) $\{6 - (4 \cdot [(-2) - 10])\} + 8^2$.

6. Calculați:

a) $144 : (-12) + 7 \cdot (-2)^3 + 2010$;

b) $(-88) : (-4) - 125 : (-5)^2 - 380$;

c) $\{6 - [282 \cdot (-1) - (44 : 11 - 18)]\} - 644$;

d) $25^2 : (-5)^2 - \{42 + 3 \cdot [6 - (3^3 \cdot 5 + 11)]\}$.



7. Problemă populară rusă:

*Mergeau șapte bătrâni,
Fiecare bătrân ducea câte șapte toiege,
Pe fiecare toiaș erau câte șapte noduri,
Pe fiecare nod erau câte șapte traiste,
În fiecare traistă erau câte șapte turte,
Iar în fiecare turtă erau câte șapte pomușoare.*

Câte pomușoare erau în total?

8. Plasați paranteze pătrate și paranteze rotunde astfel încât să obțineți o propoziție adevărată:

a) $24 : (-4) - 68 + (-4)^3 - 20 = -30$. b) $16 \cdot (-2)^3 - 44 - 78 - 30 = -124$.

9. Demonstrați că ultima cifră a pătratului unui număr poate fi 0, 1, 4, 5, 6 sau 9.

10. Scrieți numerele ale căror pătrate sunt cuprinse între 11 și 101.

11. Completați cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $4^3 = \blacksquare$; b) $(-9)^6 = \blacksquare$; c) $25^5 = \blacksquare$; d) $(-36)^8 = \blacksquare$.

12. Ordonăți:

a) crescător numerele $-41, 12, -7, (-3)^4, -5^3, (-3)^5, 0, 25$;

b) descrescător numerele $-1, 2011, -78, (-4)^3, (-2)^6, 2, -3^0, 14$.

13. Fără a folosi semnele operațiilor matematice, scrieți cel mai mare număr posibil cu ajutorul:

a) a trei cifre de 2;

b) a trei cifre de 3.

14. Utilizând paranteze, creați un exercițiu cu numere întregi astfel încât rezolvarea lui să solicite efectuarea succesivă a operațiilor:

a) adunare, împărțire, înmulțire și ridicare la putere;

b) ridicare la putere, împărțire, scădere și încă o împărțire;

c) scădere, înmulțire, ridicare la putere și încă o scădere.

15. Rezolvați în mulțimea \mathbb{N} ecuația:

a) $x^2 = 4$;

b) $x^2 = -1$;

c) $x^3 = -8$.

§8 Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea \mathbb{Z}

Cercelăm și descoperim

1 Profesoara i-a propus lui Mihai să rezolve ecuația $4x + 12 = 0$ mai întâi în mulțimea \mathbb{N} , apoi în mulțimea \mathbb{Z} .

Să-l ajutăm pe Mihai să realizeze această sarcină.

Rezolvare:

În mulțimea \mathbb{N} :

$$4x + 12 = 0$$

$$4x = 0 - 12$$

$$4x = -12$$

$$x = -3 \notin \mathbb{N}$$

Răspuns: $S = \emptyset$.

În mulțimea \mathbb{Z} :

$$4x + 12 = 0$$

$$4x = 0 - 12$$

$$4x = -12$$

$$x = -3 \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $4 \cdot (-3) + 12 = 0$ (A)

Răspuns: $S = \{-3\}$.

Ecuția nu are soluție în \mathbb{N} .

Ecuția are soluție în \mathbb{Z} .



Ce știm? Ce aflăm?

A rezolva o ecuație într-o mulțime de numere înseamnă a afla soluția acestei ecuații astfel încât să aparțină mulțimii date.

Rezolvăm și comentăm

2 Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $x - 75 = -25$;

b) $x : (-8) = 9$;

c) $(-625) : x = 25$;

d) $81 \cdot x = -324$;

e) $3x - 81 = 6$;

f) $-2x + 92 = 4$.

Rezolvare:

a) $x - 75 = -25$

$$x = -25 + 75$$

$$x = 50 \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $50 - 75 = -25$ (A)

Răspuns: $S = \{50\}$.

b) $x : (-8) = 9$

$$x = 9 \cdot (-8)$$

$$x = -72 \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $(-72) : (-8) = 9$ (A)

Răspuns: $S = \{-72\}$.

c) $(-625) : x = 25$

$$x = (-625) : \square$$

$$x = \square \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $\square : \square = \square$

Răspuns: $S = \{\square\}$.

d) $81 \cdot x = -324$

$$x = \square : \square$$

$$x = \square \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $\square \cdot \square = \square$

Răspuns: $S = \{\square\}$.

e) $3x - 81 = 6$

$$3x = 6 + \square$$

$$3x = \square$$

$$x = \square : \square$$

$$x = \square \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $\square - \square = \square$

Răspuns: $S = \{\square\}$.

f) $-2x + 92 = 4$

$$-2x = 4 - \square$$

$$-2x = \square$$

$$x = \square : \square$$

$$x = \square \in \mathbb{Z}$$

Verificare: $\square + \square = \square$

Răspuns: $S = \{\square\}$.

Aplicăm și comentăm

3 Rezolvați ecuația $2x + 5 = -1$ în mulțimea $A = \{-5, -3, 0, 1\}$.

Rezolvare:

Pentru $x = -5$, avem $2 \cdot (-5) + 5 = -1$ – *Fals*.

Deci, numărul -5 nu este soluție a ecuației.

Pentru $x = -3$, obținem $2 \cdot (-3) + 5 = -1$ – *Adevărat*.

Deci, numărul -3 este soluție a ecuației.

Pentru $x = 0$, avem $2 \cdot \square + 5 = -1$ – \square .

Deci, numărul 0 \square soluție a ecuației.

Pentru $x = 1$, obținem $2 \cdot \square + 5 = -1$ – \square .

Deci, numărul 1 \square soluție a ecuației.

Răspuns: $S = \{\square\}$.

Exerciții și probleme



1. Verificați care dintre elementele mulțimii $A = \{-5, -2, -1, 0, 4, 10\}$ este soluție a ecuației:

a) $-x - 4 = 1$;

b) $2x - 6 = -6$;

c) $(-200) : x = -20$;

d) $x \cdot (-15) = 30$;

e) $1 - 3x = x + 1$;

f) $10 + 2x = 0$.

2. Câte timbre a avut Ionela, dacă se știe că i-a dat Mariei 15 timbre și i-au mai rămas 44? Rezolvați problema prin ecuație.

3. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $x - 2 = -5$;

b) $y - 25 = 60$;

c) $z - 100 = -2\,012$.

4. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $x + 70 = -100$; b) $y + 8 = 2\,000$; c) $z + 29 = -718$.

5. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $3 \cdot x = 81$; b) $(-11) \cdot y = 121$; c) $(-35) \cdot z = -210$.

6. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $x : (-8) = -20$; b) $y : 38 = 10$; c) $z : (-19) = -18$.

7. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $3x + 72 = 0$; b) $-8y + 800 = 0$; c) $22z + 440 = 0$.



8. Completați cu un număr întreg astfel încât ecuația obținută să aibă mulțimea soluțiilor indicată:

a) ■ $x - 70 = 0$; $S = \{5\}$; b) $(-5)y - \blacksquare = 8$; $S = \{0\}$;

c) ■ $: z = 84$; $S = \{-3\}$; d) $x : \blacksquare = 25$; $S = \{-100\}$.

9. Rezolvați:

1) în mulțimea \mathbb{N} ecuația: 2) în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $3x - 4 = 6 - x$; b) $1 - 8x = x - 5$; c) $3 + y = -2y - 60$.

10. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $7x - 12 = |(-4)^2|$; b) $5 : z = |-5^0|$; c) $y : (-12) = |(-6)^3|$.



11. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $(x - 12) + (16 - 2x) = 14$; b) $(x + 25) - (x - 12) = 13$;

c) $2x - 6 = 14 - 2x$; d) $(44 - x) + (x - 35) = 0$.

12. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $|x| = 18$; b) $|x| = -2$;

c) $|2x - 3| = 7$; d) $|5 - 8x| = 35$.

13. Compuneți o problemă care să se rezolve prin ecuația:

a) $3 - 5x = -7$; b) $-10x + 4 = -96$.

Să recapitulăm

1. Argumentați incluziunea $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.
2. Dați exemple de numere pozitive și numere negative din diverse domenii: fizică, biologie, geografie, istorie, literatura română, economie etc.
3. Câte sensuri are axa numerelor? Argumentați!
4. Care este opusul numărului:
 - a) $-2\ 011$;
 - b) $2\ 012$;
 - c) 0 ?
5. Ce se numește modulul numărului întreg?
6. Ce distanță semnifică modulul unui număr întreg?
7. Care sunt proprietățile modulului?
8. Dați exemple de utilizare a modulului numărului întreg.
9. Cum se compară numerele întregi?
10. Este oare adevărată propoziția:
Orice număr natural este mai mare decât orice număr întreg?
11. Completați astfel încât să obțineți o propoziție adevărată:
Orice număr natural este mai mare decât
12. Ce cazuri putem avea la adunarea numerelor întregi? Cum procedăm în fiecare caz?
13. Cum se scad numerele întregi?
14. *Adevărat sau Fals?*
 - a) $-7 - 5 = -2$;
 - b) $-120 - (-18) = -138$;
 - c) $82 - (-12) = 94$.
15. Care sunt regulile semnelor? În ce cazuri aplicăm aceste reguli?
16. Formulați regulile utilizării semnelor.

17. Cum se înmulțesc numerele întregi? Cum se ridică un număr întreg la putere cu exponent număr natural?
18. Cum se împart numerele întregi?
19. Este adevărat că la împărțirea a două numere întregi întotdeauna obținem un număr întreg? Formulați exemple.
20. Ce proprietăți ale operațiilor cu numere întregi cunoașteți?
21. Care este ordinea efectuării operațiilor și semnificația parantezelor în calculele cu numere întregi?
22. Ce înseamnă a rezolva o ecuație în mulțimea \mathbb{Z} ?
23. Formulați câte un exemplu pentru fiecare dintre tipurile de ecuații studiate.
24. Compuneți câte o problemă pentru fiecare dintre tipurile de ecuații studiate.
25. Formulați o ecuație care nu are soluții în mulțimea \mathbb{Z} .

Exerciții și probleme recapitulative



1. Reprezentați pe axa numerelor punctele: $A(-2)$; $B(-7)$; $C(5)$; $D(2)$.
2. Construiți axa numerelor. Notați pe ea punctul $M(-2)$ și punctele situate pe axă la distanța de 7 unități de la punctul M . Scrieți coordonatele acestor puncte.
3. Ordonăți descrescător: -9 ; 3 ; 5 ; -4 ; 0 ; -10 ; 12 .
4. Calculați în modul cel mai rațional:
 - a) $-9 + (-13) + 17 + (-6) + 11$;
 - b) $14 + (-8) + (-25) + 12 + 7$;
 - c) $43 - 60 + 12 + 39 - 21$.
5. Aflați suma tuturor numerelor întregi situate pe axa numerelor între numerele -5 și 7 .
6. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

a) $x + 7 = 3$;	b) $6 - x = 15$;	c) $-2 - x = -5$;
d) $16 - x = -4$;	e) $11 - x = 14$;	f) $-x + 4 = -9$.
7. Efectuați:

a) $(7 - 20) \cdot (-3 + 5)$;	b) $(-5 - 7) : (-6 + 2)$;	c) $-21 : 7 + [42 : (-6)]$.
--------------------------------	----------------------------	------------------------------

8. Completați tabelul:

a	4	-8	-1	5	-10
$-a-3$					
$-5+a$					
$a \cdot (-3)$					
$-5 \cdot a$					
$-a \cdot 6$					



9. Adevărat sau Fals?

Numerele a și b sunt întregi.

- a) Dacă $a = b$, atunci $|a| = |b|$.
 b) Dacă $|a| = |b|$, atunci $a = b$.
 c) Dacă $a = -b$, atunci $|a| = |b|$.
 d) Dacă $|a| = |b|$, atunci $a = b$ sau $a = -b$.



10. Completați cu numere potrivite astfel încât fiecare dintre ele, începând cu al treilea, să fie egal cu suma celor două numere precedente.

								2	0		
--	--	--	--	--	--	--	--	---	---	--	--

11. Calculați:

- a) $-7 + |-3| - (-4) - 5$; b) $4 + (-6) - |-4| - 3$; c) $-2 - |-5| + (-6) - (-2)$.

12. Adevărat sau Fals?

Dacă a este un număr întreg negativ, atunci:

- a) $2 + a > 2$; b) $-3 + a > 0$;
 c) $a + a < a$; d) $a + a > 0$.



13. Calculați:

- a) $-52 : (19 - 32) - 2 \cdot [18 + 44 : (-11)]$;
 b) $[25 - 24 : (11 - 14)] \cdot [-9 + 8 : (27 - 35)]$.

14. Calculați: $\frac{98 \cdot (-15)}{-14 \cdot (20 - 4 \cdot 10)}$.

15. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Z} ecuația:

- a) $|x| + 3 = 8$; b) $|x| - 3 = 4$; c) $|x| - 6 = -8$;
 d) $15 - |x| = 9$; e) $|x + 3| = 1$; f) $|x - 7| = 10$.

Test sumativ

Timp efectiv de lucru:
45 de minute

Varianta I

- Fie mulțimea $M = \{-6, 3, -2, -3, 5\}$.
 - Scrieți cel mai mare element al mulțimii M . **1**
 - Scrieți elementul mulțimii M care are cel mai mic modul. **1**
 - Scrieți elementele mulțimii M care au module egale. **1**
 - Scrieți în ordine crescătoare numerele: $(-6)^2, 3^4, (-2)^5, 5^2, (-3)^3$. **6**
- Fie punctele $A(-4), B(6), C(-1), D(3)$.
 - Reprezentați pe axă punctele A, B, C, D . **4**
 - Scrieți toate numerele întregi situate pe axă între numerele -1 și 3 . **3**
 - Ce coordonată are punctul K , dacă K este mijlocul segmentului AB ? **3**
- Calculați:
 - $-75 + 39$; **2**
 - $-53 - 27$; **2**
 - $-15 \cdot 61$; **2**
 - $-52 : (-4)$. **2**
- Din cauza secetei, nivelul apei în lac a scăzut cu 16 cm. După ploaie, nivelul apei a crescut cu 9 cm și este de 658 cm. Care a fost nivelul apei în lac până la secetă?
 - Rezolvați problema prin ecuație. **4**
 - Rezolvați problema prin metoda aritmetică. **4**

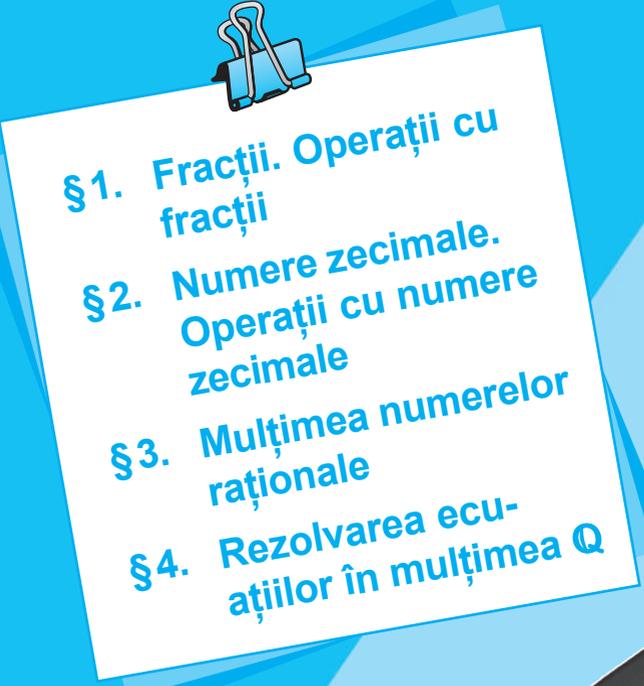
Varianta II

- Fie mulțimea $A = \{-4, -1, 2, -5, 4\}$.
 - Scrieți cel mai mic element al mulțimii A .
 - Scrieți elementul mulțimii A care are cel mai mare modul.
 - Scrieți elementele mulțimii A care au module egale.
 - Scrieți în ordine descrescătoare numerele: $(-5)^2, 4^2, (-4)^3, 2^5, (-1)^8$.
- Fie punctele $M(-6), N(1), L(-3), P(4)$.
 - Reprezentați pe axă punctele M, N, L, P .
 - Scrieți toate numerele întregi situate pe axă între numerele -3 și 1 .
 - Ce coordonată are punctul D , dacă D este mijlocul segmentului MP ?
- Calculați:
 - $29 + (-18)$;
 - $-34 - 76$;
 - $-14 \cdot (-83)$;
 - $-72 : 18$.
- În noaptea de 10 februarie, temperatura a scăzut cu 12°C , iar în timpul zilei, temperatura a crescut cu 4°C și era de 7°C . Ce temperatură a fost la 9 februarie seara?
 - Rezolvați problema prin ecuație.
 - Rezolvați problema prin metoda aritmetică.

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	35-34	33-32	31-27	26-22	21-17	16-12	11-9	8-6	5-3	2-0

NUMERE RAȚIONALE

- 
- §1. Frații. Operații cu fracții
 - §2. Numere zecimale. Operații cu numere zecimale
 - §3. Mulțimea numerelor raționale
 - §4. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea Q

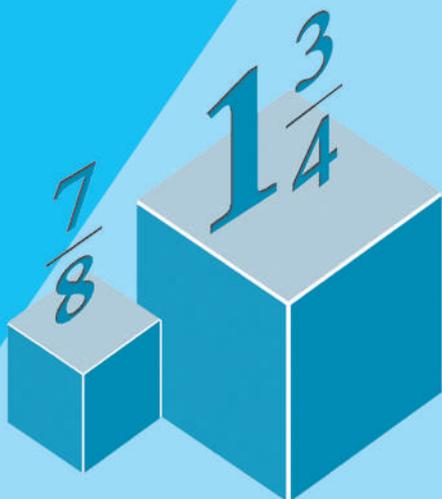
1

2

3

4

5



§1 Frații. Operații cu fracții

1.1. Noțiunea de fracție. Amplificarea și simplificarea fracțiilor

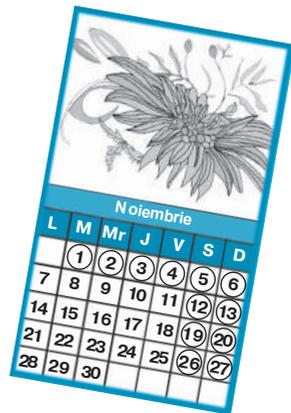
Ce știm? Ce aflăm?

1 Anișoara a indicat în calendar zilele de vacanță și zilele de odihnă din luna noiembrie și a anunțat că $\frac{2}{5}$ din luna noiembrie nu va trebui să frecventeze școala.

Are dreptate Anișoara?

Rezolvare:

Luna noiembrie are 30 de zile. În total sunt 12 zile de vacanță și de odihnă, ceea ce reprezintă $\frac{12}{30}$ din lună.



Numărătorul
fracției

Numitorul
fracției

$$\frac{12}{30} \stackrel{(6)}{=} \frac{12 : 6}{30 : 6} = \frac{2}{5}$$

$$6 = (12; 30)$$

Numărătorul și numitorul fracției pot fi înmulțiți sau împărțiți cu unul și același număr natural nenul.

Răspuns: Anișoara are dreptate.

Aplicăm și explicăm

2 Utilizând amplificarea și simplificarea, completați astfel încât să obțineți fracții echivalente.

$$\frac{18}{\square} \quad \frac{\square}{9} \quad \frac{\square}{6} \quad \frac{2}{\square} \quad \frac{6}{18} \quad \frac{\square}{36} \quad \frac{5}{15} \rightarrow \frac{6}{18} \stackrel{(6)}{=} \stackrel{(5)}{=} \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$



Ne amintim

- Două **fracții** se numesc **echivalente** dacă reprezintă aceeași parte dintr-un întreg. Frațiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$ sunt echivalente dacă $a \cdot d = b \cdot c$. Se notează: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
- A **amplifica o fracție** cu un număr natural nenul înseamnă a înmulți numărătorul și numitorul ei cu acest număr.

- A **simplifica o fracție** cu un număr natural nenul înseamnă a împărți numărătorul și numitorul ei la acest număr.
- La amplificarea sau simplificarea unei fracții se obține o fracție echivalentă cu cea dată.

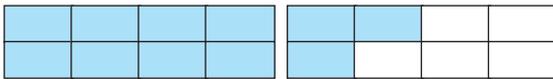
Aplicăm și explicăm

$$\frac{6}{18} = \frac{5}{15} - \mathbf{A}, \text{ deoarece } 6 \cdot 15 = 18 \cdot 5 - \mathbf{A}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{9} - \mathbf{F}, \text{ deoarece } 2 \cdot 9 \neq \blacksquare \cdot \blacksquare.$$

Ne amintim și recapitulăm

3 Scoateți întregii din fracția $\frac{11}{8}$.



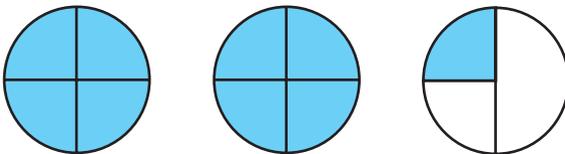
$$\frac{11}{8} = 1 \frac{3}{8}$$

$$\frac{11}{8} = 11 : 8 = 1 \text{ (rest 3)}$$

Numărul $1 \frac{3}{8}$ conține partea întregă 1 și partea fracționară $\frac{3}{8}$.

4 Scrieți ca fracție numărul $2 \frac{1}{4}$.

Rezolvare:



$$2 \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$2 \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}$$

Rețineți!

Pentru a scoate întregii din fracție, împărțim numărătorul fracției la numitorul ei.

- 1 Câtul obținut indică întregii.
- 2 Restul obținut (dacă este nenul) este noul numărător.
- 3 Numitorul rămâne neschimbat.

Rețineți!

Pentru a introduce întregii într-o fracție:

- 1 înmulțim numitorul părții fracționare cu partea întregă și adunăm la acest produs numărătorul părții fracționare;
- 2 scriem fracția al cărei numărător este numărul obținut la pasul 1 și păstrăm numitorul.

1.2. Adunarea fracțiilor

Ce știm? Ce aflăm?

1 Puiul de mamut a parcurs cu vaporul distanța dintre Antarctica și Africa în trei zile. În prima zi a parcurs $\frac{3}{12}$ din drum, iar în ziua a doua – $\frac{5}{12}$ din drum. Ce parte din drum a parcurs puiul de mamut în cele două zile?

Rezolvare:

$$\frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{3+5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ (din drum).}$$

Răspuns: $\frac{2}{3}$ din drum.



Ne amintim

Pentru a aduna două fracții cu același numitor, adunăm numai numărătorii, numitorul rămânând neschimbat: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$.

Observăm și descoperim

2 Mama a procurat de la piață miere de două feluri – miere de tei într-un borcan de $\frac{1}{2}$ l și miere de mai într-un borcan de $\frac{3}{4}$ l.



Câți litri de miere a procurat mama în total?

Rezolvare:

$$^2) \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} \text{ (l).}$$

Răspuns: $1\frac{1}{4}$ litri.

Rețineți!

Pentru a aduna două fracții cu numitori diferiți:

- 1) aducem fracțiile la același numitor;
- 2) adunăm fracțiile obținute conform regulii de adunare a fracțiilor cu același numitor.

a) $^5) \frac{1}{\textcircled{3}} + ^3) \frac{2}{\textcircled{5}} = \frac{5}{15} + \frac{6}{15} = \frac{11}{15};$
 $15 = [3; 5]$

b) $^3) \frac{3}{\textcircled{4}} + ^4) \frac{2}{\textcircled{3}} = \frac{9}{12} + \frac{8}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}.$
 $12 = [4; 3]$

Observăm și descoperim

3 Pe un vârf de stâncă, aflat la $43\frac{2}{3}$ m deasupra nivelului mării, a fost construit un far.

La înălțimea de $20\frac{1}{2}$ m de la temelia farului este instalat un felinar. La ce distanță de la nivelul mării se află felinarul?



Rezolvare:

$$43\frac{2}{3} + 20\frac{1}{2} = 43 + \frac{2}{3} + 20 + \frac{1}{2} = (43 + 20) + \left(\overset{2)}{\frac{2}{3}} + \overset{3)}{\frac{1}{2}} \right) =$$

$6 = [3, 2]$

$$= 63 + \frac{7}{6} = 63 + 1\frac{1}{6} = (63 + 1) + \frac{1}{6} = 64 + \frac{1}{6} = 64\frac{1}{6}.$$

fracție supraunitară

Răspuns: $64\frac{1}{6}$ m.

Aplicăm și explicăm

$$4\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4} = 4\overset{2)}{\frac{5}{6}} + 2\overset{3)}{\frac{3}{4}} = 4\frac{10}{12} + 2\frac{\blacksquare}{12} = 6\frac{\blacksquare}{12} = \blacksquare\frac{\blacksquare}{12}$$

$12 = [6, 4]$

Observație. Numărul format din partea întregă și partea fracționară se mai numește număr mixt.

Rețineți!

Pentru a aduna două numere mixte (adică numere ce au părți întregi și părți fracționare):

- ① aducem părțile fracționare ale acestor numere la același numitor;
- ② adunăm separat părțile întregi și separat părțile fracționare;
- ③ dacă rezultatul adunării părților fracționare este o fracție supraunitară, scoatem întregii și-i adunăm la partea întregă obținută la pasul ②.

DIN ISTORIE...

În Egiptul antic, toate fracțiile se scriau sub formă de sumă de fracții de forma $\frac{1}{n}$.

De exemplu, în loc de $\frac{8}{15}$ se scria $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$. Excepție se făcea doar pentru fracția $\frac{2}{3}$.

Uneori, această modalitate era comodă. Papyrusul lui Ahmes (faraon egiptean, 1562–1537 î.H.) conține următoarea problemă: „Să se împartă 7 pâini la 8 oameni.”

Dacă vom împărți fiecare dintre pâini în 8 părți, vom face 49 de tăieturi.

Egiptenii rezolvau problema mai rațional:

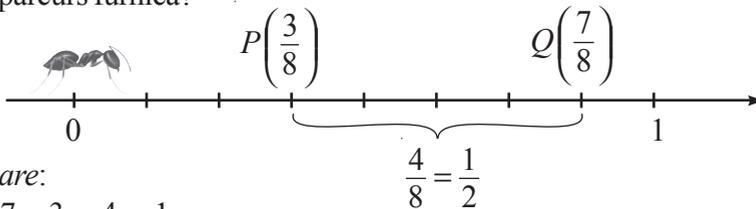
fracția $\frac{7}{8}$ se scria ca sumă $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$. Deci, fiecărui om trebuia să i se dea câte o jumătate de pâine, câte un sfert de pâine și câte o optime din pâine; de aceea, patru pâini le tăiem în jumătate, două pâini în 4 părți egale, iar una în 8 părți egale, apoi fiecărui om i se dau părțile respective.



1.3. Scăderea fracțiilor

Ce știm? Ce aflăm?

1 Furnica s-a deplasat pe axa numerelor din punctul $P\left(\frac{3}{8}\right)$ în punctul $Q\left(\frac{7}{8}\right)$. Ce distanță a parcurs furnica?



Rezolvare:

$$PQ = \frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Răspuns: $\frac{1}{2}$.

Rețineți!

Pentru a scădea două fracții cu același numitor, din numărătorul primei fracții scădem numărătorul fracției a doua, numitorul rămânând același:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Observăm și descoperim

2 Dintr-un pachet cu $\frac{1}{2}$ l de chefir s-au turnat în cană $\frac{1}{5}$ l.
Câți litri de chefir au rămas în pachet?

Rezolvare:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5}{10} - \frac{2}{10} = \frac{3}{10} \text{ (l)}$$

↓ ↓ ↑ ↑
[2; 5] = 10

Răspuns: $\frac{3}{10}$ l.



Rețineți!

Pentru a scădea două fracții cu numitori diferiți:

- 1 aducem fracțiile la același numitor;
- 2 scădem fracțiile obținute conform regulii de scădere a fracțiilor cu același numitor.

3 Rățoiul Donald cântărește $27\frac{1}{5}$ livre, iar prietenul său, Mickey Mouse, cântărește cu $3\frac{7}{10}$ livre mai puțin. Cât cântărește Mickey Mouse?

Rezolvare:

$$27\frac{1}{5} - 3\frac{7}{10} = 27\frac{2}{10} - 3\frac{7}{10} = 26\frac{12}{10} - 3\frac{7}{10} =$$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓
[5; 10] = 10 fracție supraunitară

$$= (26 - 3) + \left(\frac{12}{10} - \frac{7}{10}\right) = 23\frac{5}{10} = 23\frac{1}{2} \text{ (livre).}$$

Răspuns: $23\frac{1}{2}$ livre.



1 livră ≈ 0,5 kg

Rețineți!

Pentru a scădea două numere mixte:

- 1 aducem părțile fracționare ale acestor numere la același numitor. Dacă partea fracționară a descăzutului este mai mică decât partea fracționară a scăzătorului, atunci o transformăm în fracție supraunitară, micșorând cu o unitate partea întreagă a descăzutului;
- 2 scădem separat părțile întregi și separat părțile fracționare, iar rezultatele le adunăm.

Rezolvăm și explicăm

$$5\frac{1}{6} - 2\frac{5}{9} = 5\overset{3)}{1}\frac{1}{6} - 2\overset{2)}{5}\frac{5}{9} = 5\frac{3}{18} - 2\frac{10}{18} = 4\frac{\boxed{18}}{18} - 2\frac{\boxed{}}{18} = \boxed{}\frac{\boxed{}}{18}$$

$[6; 9] = 18$

fracție supraunitară

1.4. Înmulțirea fracțiilor

Observăm și descoperim

1 Bunica Lenuței s-a îmbolnăvit. Medicul i-a prescris bunicii pastile care trebuie luate, câte $\frac{1}{2}$ pastilă de 3 ori pe zi, timp de 5 zile. O cutie conține 8 pastile. Câte cutii cu pastile trebuie să cumpere Lenuța pentru bunica ei?

Rezolvare:

Pe zi, bunica va lua:

$$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ (pastile).}$$



$$\frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{1 \cdot 3}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ (pastile)}$$

Rețineți!

Pentru a **înmulți o fracție cu un număr natural**, înmulțim numărătorul fracției cu acest număr, păstrând numitorul fracției date:

$$\frac{b}{c} \cdot a = \frac{b \cdot a}{c}, \text{ unde } a, b \in \mathbb{N}, c \in \mathbb{N}^*.$$

În cele 5 zile, bunica va lua:

$$1\frac{1}{2} \cdot 5 = \frac{3}{2} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} \text{ (pastile).}$$

Răspuns: Lenuța trebuie să cumpere o cutie cu pastile.

Rețineți!

Pentru a **înmulți un număr mixt cu un număr natural**, transformăm numărul mixt într-o fracție supraunitară și o înmulțim cu numărul dat conform regulii de înmulțire a unei fracții cu un număr.

LUCRĂM ÎN PERECHI!



- Calculați:
- Efectuați înmulțirea transformând numerele zecimale în fracții:
- Ce ați observat?

$$0,3 \cdot 0,7 = \square$$

$$\frac{3}{10} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$$

Rezolvăm și observăm

2 Lungimea dreptunghiului $DFMN$ este egală cu $a = \frac{3}{5}$ dm, iar lățimea lui – cu $b = \frac{1}{2}$ dm. Determinați aria acestui dreptunghi.

Rezolvare:

$$A = a \cdot b$$

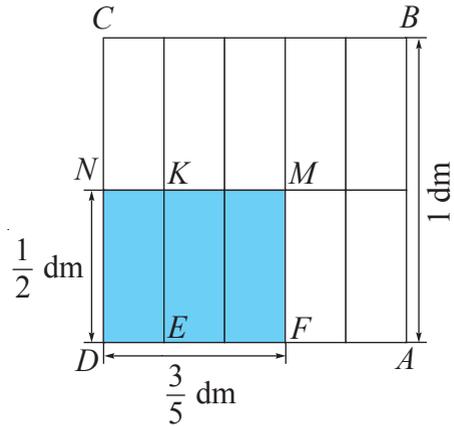
$$A_{DFMN} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \text{ (dm}^2\text{)}$$

$ABCD$ – pătrat

$$A_{ABCD} = 1 \text{ dm}^2$$

$$A_{DEKN} = \frac{1}{10} \text{ dm}^2$$

$$A_{DFMN} = \frac{3}{10} \text{ dm}^2$$



Deci, $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10} \text{ (dm}^2\text{)}$.

Răspuns: $A_{DFMN} = \frac{3}{10} \text{ dm}^2$.

Rețineți!

Pentru a înmulți două fracții:

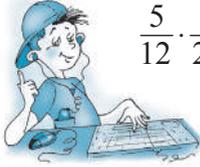
- ① înmulțim numărătorii fracțiilor între ei și numitorii între ei;
- ② primul produs este numărătorul, iar al doilea produs – numitorul fracției-rezultat:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}, \text{ pentru orice } a, c \in \mathbb{N}; b, d \in \mathbb{N}^*.$$

Problemă

Știetot și Știemult au înmulțit fracțiile $\frac{5}{12}$ și $\frac{6}{25}$.

Știetot



$$\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{25} = \frac{5 \cdot 6}{12 \cdot 25} = \frac{30}{300} \stackrel{(30)}{=} \frac{1}{10}$$

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{6}{25} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot \overset{1}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{12}} \cdot \underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{1}{10}$$

Știemult



Cine a calculat mai rațional?

Observație. La înmulțirea fracțiilor, dacă este cazul, facem simplificări până la calcularea numărătorului și numitorului fracției-rezultat.

3 Turiștii se deplasează cu viteza de $4\frac{1}{3}$ km/h.

Câți kilometri vor parcurge turiștii timp de $2\frac{1}{4}$ h?

$$d = v \cdot t$$

Rezolvare:

$$v = 4\frac{1}{3} \text{ km/h}; t = 2\frac{1}{4} \text{ h.}$$

$$d = 4\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} \text{ (km).}$$

$$4\frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3 + 1}{3} = \frac{13}{3}; \quad 2\frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{9}{4}.$$

$$4\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4} = \frac{13}{3} \cdot \frac{9}{4} = \frac{13 \cdot \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{3}} \cdot 4} = \frac{39}{4} = 9\frac{3}{4} \text{ (km).}$$

Răspuns: $9\frac{3}{4}$ km.



Rețineți!

Pentru a înmulți două numere mixte:

- ① scriem numerele sub formă de fracții supraunitare;
- ② înmulțim fracțiile supraunitare obținute aplicând regula respectivă.

Aplicăm

$$5\frac{5}{6} \cdot 2\frac{6}{7} = \frac{35}{6} \cdot \frac{20}{7} = \frac{\boxed{5} \cdot \boxed{4}}{\boxed{2} \cdot \boxed{1}} = \frac{\boxed{20}}{\boxed{2}} = \boxed{10}$$

fracții supraunitare
simplificăm
scoatem întregii din fracție

1.5. Numere (fracții) inverse

Cercelăm și descoperim

LUCRĂM ÎN PERECHI!



• Calculați:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \square; \quad \frac{15}{8} \cdot \frac{8}{15} = \square; \quad 3 \cdot \frac{1}{3} = \square$$

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4} = \square; \quad \frac{1}{2} \cdot 2 = \square; \quad 1\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{7} = \square$$

• Ce ați observat?

Rețineți!

Două numere (fracții) a și b se numesc **inverse** dacă produsul lor este 1, adică $a \cdot b = 1$. În acest caz, numărul a se numește **inversul** numărului b , iar b – **inversul** numărului a .

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{N}^*$$

Observații. Inversul fracției $\frac{a}{b}$ este fracția $\frac{b}{a}$. Inversul numărului natural nenul a este numărul $\frac{1}{a}$, deoarece $a \cdot \frac{1}{a} = 1$.

Rezolvăm și comentăm

Completați propoziția:

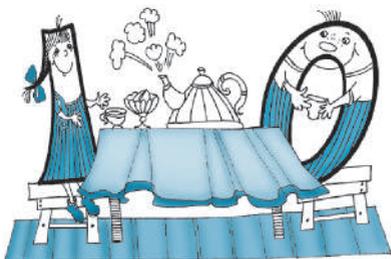
Inversul numărului $\frac{5}{9}$ este numărul $\frac{9}{5}$
 $3 = \frac{3}{1}$ este numărul $\frac{1}{3}$
 $2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ este numărul $\frac{3}{7}$
 $1,6 = \frac{16}{10}$ este numărul $\frac{10}{16}$

Rețineți!

Pentru a obține **inversul unei fracții**, schimbăm locurile numărătorului și numitorului fracției date (inversăm fracția).

Aflați:

- numărul care nu are invers;
- numărul care coincide cu inversul său.





Cine găsește mai multe perechi de numere inverse printre elementele mulțimii M ?

$$M = \left\{ 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0; \frac{7}{8}; \frac{5}{12}; \frac{12}{16}; 1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{5}; 1\frac{1}{7}; 2, 5; 3\frac{1}{3}; 5 \right\}$$

1.6. Împărțirea fracțiilor

Cercetăm și descoperim

LUCRĂM ÎN PERECHI!



• Aflați numărul x care este soluție a ecuației:

a) $\frac{1}{2} \cdot x = 1;$

b) $x \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3};$

c) $\frac{3}{5} \cdot x = \frac{3}{10};$

d) $x \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21}.$

• Observați rezolvarea ecuației d).

$$x \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

$$x = \frac{10}{21} : \frac{5}{7}$$

$$x \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21} \quad | \times \frac{7}{5}$$

$$x \cdot \frac{5 \cdot 7}{7 \cdot 5} = \frac{10 \cdot 7}{21 \cdot 5}$$

$$x = \frac{10 \cdot 7}{21 \cdot 5}; \quad x = \frac{10 \cdot \cancel{7}}{\cancel{21} \cdot 5}; \quad x = \frac{2}{3}$$

$$\frac{10}{21} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21} \cdot \frac{7}{5}$$

Ambii membri ai ecuației pot fi înmulțiți cu unul și același număr nenul.

Substituim împărțirea cu înmulțirea!

Rețineți!

Pentru a împărți două fracții, înmulțim deîmpărțitul cu inversul împărțitorului:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}, \text{ pentru orice } a \in \mathbb{N}, b, c, d \in \mathbb{N}^*.$$

Aplicăm

Mama a preparat dulceață din vișine, folosind $4\frac{1}{5}$ kg de zahăr pentru $3\frac{1}{2}$ kg de vișine. Dulceața a ieșit gustoasă și mama ar vrea să afle cât zahăr să pună la 1 kg de vișine. Cum să procedeze?



Rezolvare:

$$4\frac{1}{5} : 3\frac{1}{2} = \frac{21}{5} : \frac{7}{2} = \frac{21}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{21 \cdot 2}{5 \cdot 7} = \frac{42}{35} = \frac{6}{5} \text{ (kg)}.$$

Răspuns: $\frac{6}{5}$ kg.

1.7. Aflarea unei fracții dintr-un număr

Observăm și descoperim

1 La școala de magie și vrăjitorie unde învață Harry Potter erau 142 de scări, dintre care $\frac{12}{71}$ erau fermecate și își schimbau direcția.

Câte scări fermecate erau la școala de magie și vrăjitorie?

Rezolvare:

$$(142 : 71) \cdot 12 = 24 \text{ (scări)}.$$

Răspuns: 24 de scări.



Ne amintim

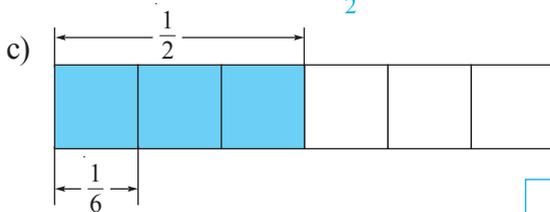
Pentru a afla o fracție dintr-un număr:

- 1 împărțim acest număr la numitorul fracției;
- 2 înmulțim rezultatul obținut cu numărătorul fracției.

Aplicăm

a) $\frac{5}{7}$ din 21 este $(21 : 7) \cdot 5 = 15$ sau $21 \cdot \frac{5}{7} = \frac{21 \cdot 5}{7} = 15$;

b) $\frac{3}{8}$ din 12 este $12 \cdot \frac{3}{8} = \frac{12 \cdot 3}{8} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$.



$$\frac{1}{3} \text{ din } \frac{1}{2} \text{ este } \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Rețineți!

Pentru a afla o fracție dintr-un număr, înmulțim numărul cu fracția dată.

Rezolvăm și explicăm

2 Ilie a cheltuit $\frac{3}{4}$ din banii de pe contul telefonului său mobil. $\frac{2}{3}$ din banii cheltuiți au fost utilizați pentru a transmite SMS-uri. Ce parte din banii de pe contul telefonului mobil a cheltuit Ilie pentru transmiterea SMS-urilor?



Rezolvare:

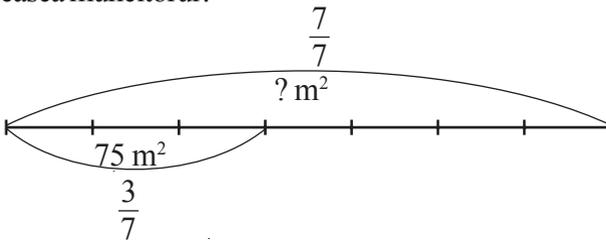
$$\frac{2}{3} \text{ din } \frac{3}{4} \text{ este egal cu } \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}.$$

Răspuns: $\frac{1}{2}$ din banii de pe contul telefonului mobil.

1.8. Aflarea numărului după fracția dată

Cercetăm și descoperim

1 Într-o zi, un muncitor a zugrăvit 75 m^2 de perete, ceea ce constituie $\frac{3}{7}$ din suprafața totală care trebuie zugrăvită. Ce suprafață trebuie să zugrăvească muncitorul?



$75 : 3 = 25 \text{ (m}^2\text{)}$ – constituie o parte;

$25 \cdot 7 = 175 \text{ (m}^2\text{)}$ – este toată suprafața.

Rezolvarea poate fi scrisă astfel:

$$(75 : 3) \cdot 7 = 175 \text{ (m}^2\text{)} \text{ sau } 75 : \frac{3}{7} = 175 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Rețineți!

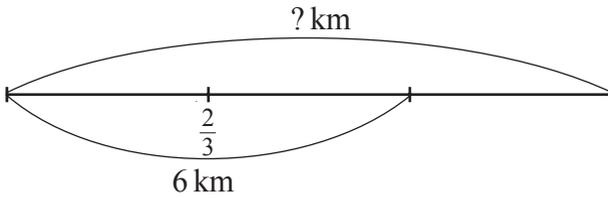
Pentru a afla un număr după o fracție, împărțim acest număr la fracția dată.

Lucrăm în perechi!

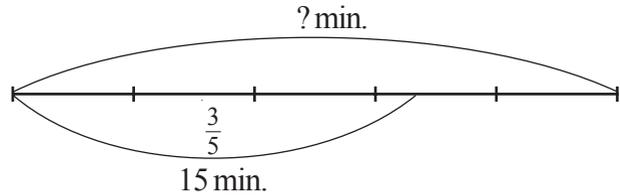


Compuneți și rezolvați probleme utilizând datele din desen.

2



3



Exerciții și probleme



- Desenați un pătrat cu latura de 4 cm. Colorați $\frac{3}{4}$ din pătrat.
- Selectați fracțiile echivalente cu fracția $\frac{4}{5}$:
 $\frac{4}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{20}{25}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{24}{30}$, $\frac{16}{40}$.
- A** *Adevărat sau Fals?*
 a) $\frac{5}{7} = \frac{35}{49}$; b) $\frac{14}{24} = \frac{2}{3}$; c) $\frac{7}{9} = \frac{56}{72}$; d) $\frac{3}{4} = \frac{9}{6}$.
- Simplificați fracția astfel încât să obțineți o fracție ireductibilă:
 a) $\frac{25}{75}$; b) $\frac{12}{15}$; c) $\frac{33}{44}$; d) $\frac{100}{250}$; e) $\frac{45}{60}$; f) $\frac{49}{63}$.
- Scoateți întregii din fracție:
 a) $\frac{7}{5}$; b) $\frac{28}{11}$; c) $\frac{49}{3}$; d) $\frac{25}{7}$; e) $\frac{44}{19}$; f) $\frac{131}{42}$.
- Scrieți ca fracție supraunitară numărul mixt:
 a) $3\frac{2}{5}$; b) $4\frac{3}{7}$; c) $7\frac{3}{4}$; d) $2\frac{5}{9}$; e) $10\frac{3}{8}$.
- Scrieți ca fracție numărul zecimal:
 a) 0,5; b) 0,3; c) 1,52; d) 1,03; e) 2,15; f) 7,125.

8. Substituiți fracția cu o fracție echivalentă care să aibă numitorul 24:

a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{3}{8}$; d) $\frac{7}{12}$; e) $\frac{10}{48}$.

9. Calculați și simplificați rezultatul:

a) $\frac{3}{14} + \frac{5}{14}$; b) $\frac{7}{15} + \frac{2}{15}$; c) $\frac{5}{18} + \frac{4}{18}$; d) $\frac{13}{54} + \frac{5}{54}$.

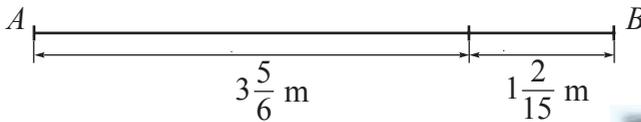
10. Calculați:

a) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$; b) $\frac{7}{12} + \frac{2}{3}$; c) $\frac{5}{6} + \frac{1}{24}$; d) $\frac{5}{9} + \frac{2}{3}$;
 e) $\frac{4}{5} + \frac{8}{15}$; f) $\frac{1}{4} + \frac{5}{7}$; g) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$; h) $\frac{2}{7} + \frac{3}{8}$;
 i) $\frac{7}{25} + \frac{4}{10}$; j) $\frac{13}{18} + \frac{5}{12}$; k) $\frac{7}{18} + \frac{2}{15}$; l) $\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$.

11. Efectuați:

a) $9\frac{3}{4} + 3\frac{1}{6}$; b) $7\frac{8}{15} + 8\frac{17}{20}$; c) $11\frac{7}{12} + 6\frac{11}{18}$; d) $7\frac{3}{8} + 11\frac{7}{12}$;
 e) $3\frac{5}{9} + 1\frac{7}{12}$; f) $3\frac{1}{7} + \frac{4}{5}$; g) $3\frac{1}{14} + 2\frac{4}{21}$.

12. Utilizând datele din desen, aflați lungimea segmentului AB :

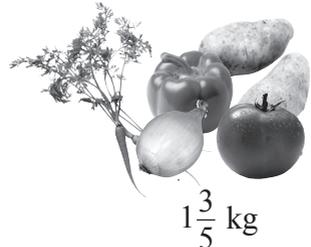
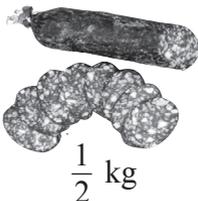


13. Viteza șalupei cu motor este de $23\frac{3}{8}$ km/h, iar viteza apei – de $2\frac{1}{2}$ km/h. Cu ce viteză se deplasează șalupea în sensul curgerii apei?



14. După ce dintr-o căldare cu apă s-au luat $2\frac{3}{4}$ l de apă, în ea au rămas $3\frac{2}{5}$ l. Câți litri de apă erau inițial în căldare?

15. Dumitru a cumpărat $\frac{1}{2}$ kg de salam, $\frac{1}{4}$ kg de cașcaval și $1\frac{3}{5}$ kg de legume. Câte kilograme de produse a cumpărat Dumitru?



16. Calculați și simplificați rezultatul:

a) $\frac{7}{8} - \frac{3}{8}$;

b) $\frac{9}{16} - \frac{1}{16}$;

c) $\frac{11}{12} - \frac{7}{12}$;

d) $\frac{11}{5} - \frac{6}{5}$.

17. Calculați:

a) $\frac{2}{5} - \frac{1}{10}$;

b) $\frac{5}{9} - \frac{1}{3}$;

c) $\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$;

d) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$;

e) $\frac{3}{4} - \frac{2}{7}$;

f) $\frac{3}{5} - \frac{3}{7}$;

g) $\frac{2}{9} - \frac{1}{6}$;

h) $\frac{5}{12} - \frac{2}{9}$;

i) $\frac{7}{20} - \frac{2}{15}$;

j) $\frac{5}{6} - \frac{1}{8}$.

18. Efectuați:

a) $8\frac{3}{7} - 2\frac{2}{5}$;

b) $3\frac{11}{15} - 1\frac{7}{10}$;

c) $1 - \frac{5}{12}$;

d) $8 - \frac{6}{11}$;

e) $6 - 1\frac{2}{9}$;

f) $2\frac{1}{18} - \frac{1}{9}$;

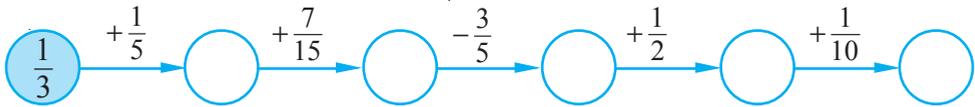
g) $6\frac{3}{8} - 2\frac{3}{4}$;

h) $4\frac{2}{15} - 3\frac{5}{12}$.

19. Masa unei cărămizi până la ardere este de $4\frac{1}{2}$ kg. După ardere în cuptor, masa ei s-a micșorat cu $1\frac{5}{6}$ kg. Care este masa cărămizii după ardere?

20. Sergiu, Dana și Damian au cules $32\frac{5}{18}$ kg de struguri. Sergiu și Damian au cules împreună $24\frac{5}{6}$ kg. Câte kilograme de struguri a cules Dana?

21. Reconstituiți lanțul de calcule:



22. Mihai a citit o carte în trei zile. În prima zi el a citit $\frac{2}{7}$ din carte, în ziua a doua – $\frac{1}{3}$ din carte, iar în ziua a treia – partea rămasă. Ce parte din carte a citit Mihai în ziua a treia?

23. Calculați:

a) $\frac{5}{21} - \frac{3}{14} + \frac{2}{7}$;

b) $\frac{9}{20} + \frac{7}{10} - \frac{2}{15}$;

c) $\frac{11}{20} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)$.

24. Efectuați:

a) $\frac{3}{5} \cdot 7$;

b) $\frac{2}{7} \cdot 6$;

c) $9 \cdot \frac{2}{15}$;

d) $\frac{4}{5} \cdot \frac{3}{8}$;

e) $\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{10}$;

f) $\frac{7}{11} \cdot \frac{3}{4}$;

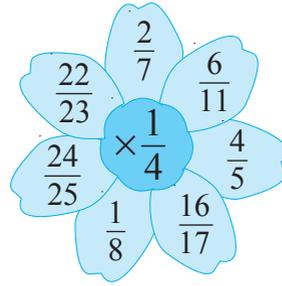
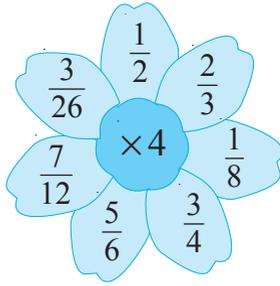
g) $\frac{5}{18} \cdot \frac{7}{10}$;

h) $\frac{3}{20} \cdot \frac{5}{6}$;

i) $\frac{12}{25} \cdot \frac{5}{8}$;

j) $\frac{16}{25} \cdot \frac{35}{48}$.

25. Calculați:



26. Viteza sunetului este de $\frac{1}{3}$ km/s. La ce distanță de furtună se află Mihai, dacă el a auzit tunetul peste 18 secunde după ce a văzut fulgerul?



27. Efectuați:

a) $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4}$; b) $1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{3}$; c) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{8}$; d) $4\frac{1}{2} \cdot 8\frac{1}{3}$.

28. Aflați valoarea expresiei:

a) $2\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9}$; b) $3\frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{3}$; c) $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{7}{25} \cdot \frac{5}{7}$.



29. Racheta care zboară cu viteza de 8 km/s devine satelit artificial al Pământului. Dacă viteza rachetei s-ar mări de $2\frac{7}{8}$ ori, atunci ea ar părăsi pentru totdeauna Sistemul Solar. Calculați această viteză.

30. Un dreptunghi are lungimea de $3\frac{1}{5}$ m și lățimea de $1\frac{1}{4}$ ori mai mare decât lungimea. Aflați aria dreptunghiului.

31. Completați tabelul:

m	2	$1\frac{1}{5}$	$\frac{5}{8}$	$3\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{9}$
n	$\frac{3}{4}$	10	$\frac{16}{35}$	0,3	$1\frac{4}{5}$
$m \cdot n$					



32. Verificați dacă numerele sunt inverse:

a) $\frac{4}{5}$ și $\frac{5}{4}$; b) $\frac{25}{9}$ și $\frac{3}{5}$; c) $\frac{3}{21}$ și 7; d) $1\frac{2}{3}$ și 0,6.

33. Scrieți inversul numărului:

- a) $\frac{3}{5}$; b) 11; c) $7\frac{2}{3}$; d) 0,12; e) $3\frac{3}{5}$; f) 3,6.

34. Efectuați:

- a) $\frac{6}{11} : \frac{9}{22}$; b) $\frac{12}{13} : \frac{4}{39}$; c) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$; d) $\frac{3}{4} : \frac{21}{40}$; e) $56 : \frac{8}{11}$;
f) $1\frac{5}{13} : 6$; g) $\frac{7}{9} : 2\frac{1}{3}$; h) $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$; i) $9\frac{4}{5} : 4\frac{2}{3}$; j) $5\frac{1}{3} : 1\frac{5}{9}$.

35. Perimetrul pătratului este de $\frac{10}{13}$ m. Care este lungimea laturii pătratului?

36. Aflați viteza trenului, dacă el a parcurs $50\frac{2}{5}$ km în $\frac{8}{15}$ ore.

37. Tom cântărește $7\frac{1}{5}$ kg, iar Jerry – de 12 ori mai puțin.
Cât cântăresc ei împreună?



38. Aflați:

- a) $\frac{2}{3}$ din 27; b) $\frac{1}{4}$ din 40; c) $\frac{3}{8}$ din 16; d) $\frac{5}{6}$ din 42;
e) $\frac{3}{5}$ din 12; f) $\frac{2}{7}$ din 20; g) $\frac{1}{3}$ din $\frac{3}{2}$; h) $\frac{3}{4}$ din $\frac{8}{9}$.

39. Un automobil trebuie să parcurgă 240 km. Ce distanță a parcurs automobilul, dacă ea reprezintă $\frac{2}{3}$ din drum?

40. Masa unei furnici constituie $\frac{1}{10}$ din masa încărcăturii pe care ea o poate duce. Care este masa furnicii, dacă ea poate duce o încărcătură de $\frac{7}{250}$ g?



41. Mărimea încălțămintei constituie $\frac{3}{2}$ din lungimea tălpii. Care este mărimea pantofilor lui Mihai, dacă lungimea tălpii lui este de 24 cm?

42. La o cursă auto au participat 48 de automobile. $\frac{5}{8}$ din ele au sosit la final. Câte automobile au abandonat competiția?

43. O treime din distanța dintre două sate constituie 7 km. Care este distanța dintre aceste sate?

44. Aflați numărul, știind că:

- a) $\frac{7}{10}$ din el constituie 21; b) $\frac{3}{4}$ din el constituie 12;
c) $\frac{8}{9}$ din el constituie 24; d) $\frac{3}{2}$ din el constituie 15.

45. Silvia a plătit $4\frac{1}{2}$ lei pentru o chiflă. Câți bani avea ea, dacă se știe că a plătit pentru chiflă $\frac{1}{4}$ din suma totală?
46. Doar 12 elevi ai clasei a 6-a fac sport, ceea ce constituie $\frac{3}{7}$ din numărul de elevi ai acestei clase. Câți elevi învață în total în această clasă?



47. Completați cu numere potrivite astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $\frac{\square}{\square}^{(4)} + \frac{\square}{\square}^{(3)} = \frac{4+9}{24} = \frac{13}{24}$;

b) $\frac{\square}{\square}^{(3)} + \frac{\square}{\square}^{(2)} = \frac{15+14}{36} = \frac{29}{36}$;

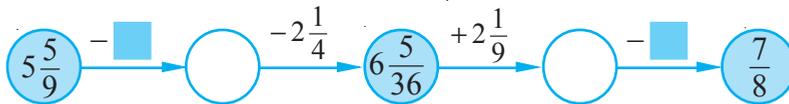
c) $\frac{\square}{\square}^{(10)} - \frac{\square}{\square}^{(6)} = \frac{10-6}{30} = \frac{2}{15}$;

d) $\frac{\square}{\square}^{(3)} - \frac{\square}{\square}^{(2)} = \frac{15-14}{18} = \frac{1}{18}$.

48. Calculați:

a) $\frac{9}{50} + \frac{2}{75} - \frac{3}{100}$; b) $\frac{8}{21} + \frac{11}{24} - \frac{5}{27}$; c) $2\frac{2}{3} + \frac{4}{5} - 1\frac{13}{15}$; d) $5\frac{11}{12} - 1\frac{3}{4} - 2\frac{2}{3}$.

49. Reconstituiți lanțul calculelor:



50. Calculați:

a) $\frac{7}{10} + \frac{7}{9} \cdot \frac{27}{35}$;

b) $\frac{5}{14} + \frac{3}{8} \cdot \frac{16}{21}$;

c) $\frac{3}{16} \cdot \frac{4}{7} + \frac{5}{8} \cdot \frac{6}{35}$;

d) $1 + \frac{3}{5} \cdot 1\frac{5}{6}$;

e) $\frac{5}{12} - \frac{8}{21} \cdot \frac{7}{16}$;

f) $2 - \frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{7}$.

51. Aflați valoarea expresiei:

a) $1\frac{3}{25} \cdot 2\frac{1}{7} - 2\frac{1}{9} \cdot \frac{27}{95}$;

b) $4\frac{7}{12} \cdot 1\frac{3}{11} + 1\frac{1}{15} \cdot 1\frac{11}{64}$.

52. Tata a cumpărat $4\frac{3}{5}$ kg de portocale la prețul de $12\frac{1}{2}$ lei/kg și $8\frac{1}{4}$ kg de mere la prețul de $6\frac{1}{3}$ lei/kg. Pentru care fructe tata a plătit mai mult și cu cât?

53. Scrieți inversul numărului egal cu:

a) suma numerelor $\frac{3}{18}$ și $\frac{7}{12}$;

b) câtul numerelor $\frac{7}{20}$ și $\frac{13}{50}$;

c) diferența numerelor $8\frac{3}{4}$ și $7\frac{5}{6}$;

d) produsul numerelor $1\frac{1}{15}$ și $4\frac{5}{16}$.

54. Copiați și completați tabelul:

Viteza		$11\frac{1}{2}$ km/h	$15\frac{2}{3}$ km/h
Țimpul	$\frac{3}{4}$ h	$2\frac{2}{3}$ h	
Distanța	$2\frac{2}{5}$ km		4,7 km



55. Completați cu semnul de operație potrivit astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $\frac{6}{7} \bullet 1\frac{1}{6} = 1$; b) $3 \bullet 2\frac{2}{11} = \frac{9}{11}$; c) $\frac{2}{9} \bullet \frac{5}{9} = \frac{2}{5}$; d) $1,2 \bullet \frac{5}{6} = 1$.

56. În prima cutie sunt $18\frac{2}{3}$ kg de mere, ceea ce constituie cu $3\frac{5}{6}$ kg mai mult decât în cutia a doua. Câte kilograme de mere sunt în cutia a treia, dacă, în total, în cele trei cutii sunt $50\frac{1}{9}$ kg de mere?

57. Calculați:

a) $\left(2\frac{3}{8} + 3\frac{7}{24}\right) : \left(4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{8}\right)$; b) $\left(5\frac{3}{5} - 1\frac{1}{3}\right) : \left(7\frac{7}{12} - 2\frac{1}{4}\right)$.

58. Lungimea traseului pe care îl parcurge un autobuz în $\frac{7}{10}$ ore este de $20\frac{1}{4}$ km. El circulă cu viteza de 45 km/h și merge 10 stații. Cât timp stă în medie autobuzul în fiecare stație?



59. Vindetot are de vânzare 366 kg de legume. $\frac{4}{9}$ din ele constituie cartofi, $\frac{7}{24}$ – morcovi, iar restul – ceapă. Câte kilograme de ceapă are Vindetot de vânzare?

60. Până la popas, turiștii au parcurs $\frac{3}{4}$ din distanța preconizată, iar după popas încă $\frac{1}{3}$ din distanța parcursă. Au străbătut ei oare toată distanța preconizată?

61. Au fost culese 10 kg de ciuperci. $\frac{3}{4}$ din ele au fost marinate, $\frac{1}{5}$ – uscate, iar din restul s-a preparat o supă. Câte kilograme de ciuperci s-au folosit la prepararea supei?

62. În prima zi, la o bibliotecă au fost aduse $\frac{7}{15}$ din întreg necesarul de manuale noi, iar în ziua a doua – restul de 56 de manuale. Câte manuale noi au fost aduse în total la această bibliotecă în ambele zile?

63. Lățimea unui dreptunghi este de 102 cm, ceea ce constituie $\frac{17}{18}$ din lungimea lui. Aflați perimetrul și aria dreptunghiului.

64. Scrieți fracția ca diferență a două fracții cu numărătorul 1:

a) $\frac{1}{12}$; b) $\frac{2}{63}$; c) $\frac{1}{4}$; d) $\frac{3}{28}$.

65. Calculați:

a) $\left(12\frac{5}{12} + 1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4}\right) : \left(2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - \frac{7}{9}\right)$;

b) $2\frac{2}{5} : 6\frac{1}{15} + 1\frac{1}{7} - 1\frac{39}{73} \left(5\frac{5}{7} - 5\frac{1}{16}\right)$.

66. Completați tabelul cu numere astfel încât produsele numerelor situate pe fiecare coloană, fiecare linie și fiecare diagonală să fie egale între ele:

a)

$\frac{1}{32}$		
	$\frac{1}{16}$	
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{8}$

b)

$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{2}$
	1	



67. Dintr-o foaie de carton de forma unui dreptunghi cu lungimea de $2\frac{1}{4}$ dm și lățimea de $\frac{2}{3}$ dm au fost decupate două pătrate de aceleași dimensiuni, cu latura de $\frac{1}{3}$ dm. Care este aria porțiunii de carton rămase?



68. Câte bucăți de tapet cu lungimea de 13 m și lățimea de 50 cm sunt necesare pentru a tapeta un perete cu dimensiunile de $3\frac{1}{2}$ m și $2\frac{4}{5}$ m?

69. Întrebat câți elevi are, matematicianul și filozoful grec Pitagora a răspuns: „Jumătate dintre ei studiază matematica, o pătrime studiază natura, o șeptime meditează în tăcere, iar restul 3 sunt oratori”. Câți elevi avea Pitagora?



Pitagora
(c.570–c.500 î.H.)

70. La micul dejun, mama lui Dinu a băut $\frac{1}{6}$ din cana plină cu cafea neagră, apoi a umplut-o cu lapte. Apoi a băut $\frac{1}{3}$ din cană și iarăși a umplut-o cu lapte. După aceasta, a mai băut jumătate din cană, umplând-o iarăși cu lapte. În final, mama a băut tot lichidul din cană. Ce a băut mama mai mult, cafea neagră sau lapte?
71. Cei trei mușchetari, după ce și-au făcut datoria pentru binele Franței, au intrat într-o tavernă. Au luat prânzul și au făcut comandă de piersici la desert. Fiind oboseți, au adormit înainte ca platoul cu piersici să fie servit. Primul s-a trezit Athos. Văzând piersicile pe platou, a mâncat $\frac{1}{3}$ din ele și iarăși a adormit. Apoi s-a trezit Porthos, a văzut piersicile și, gândindu-se că încă nimeni n-a luat din ele, a mâncat $\frac{1}{3}$ din piersici și apoi a adormit. Al treilea s-a trezit Aramis și tot a mâncat $\frac{1}{3}$ din piersici. Apoi a adormit și el. În timp ce mușchetarii dormeau, chelnerul a dus la bucătărie platoul pe care erau încă 8 piersici. Câte piersici au fost servite mușchetarilor?



§2 Numere zecimale. Operații cu numere zecimale

2.1. Numere zecimale. Compararea numerelor zecimale



Ne amintim

$$3 \frac{27}{100} = 3,27 \quad \leftarrow \text{număr zecimal}$$

parte a întreagă parte a zecimală

Scriem:

12, 7 3 5
 zecimi sutimi miimi

Citim:

doisprezece întregi și șapte sute treizeci și cinci miimi *sau*
 doisprezece virgulă șapte sute treizeci și cinci.

$$5,2 = 5,20 = 5,200 \quad \rightarrow$$

După ultima zecimală se pot adăuga zerouri.

La competițiile de înot, sportivul german a parcurs 100 m în 52,8 secunde, iar sportivul spaniol – în 52,87 secunde. Care dintre sportivi a avut o performanță mai bună?



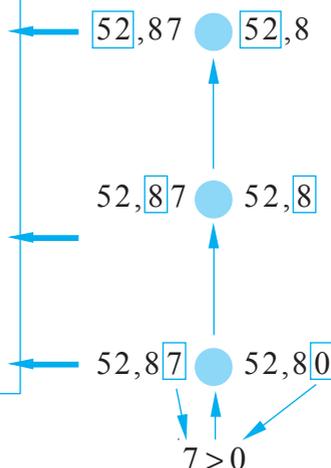
Rezolvare:

O performanță mai bună a atins sportivul care a parcurs distanța într-un timp mai scurt.

Să comparăm

Pentru a compara două numere zecimale:

- ① Comparăm mai întâi întregii.
 - a) mai mare este numărul care are partea întreagă mai mare;
 - b) dacă întregii sunt egali, atunci:
- ② comparăm zecimile:
 - a) mai mare este numărul zecimal care are numărul de zecimi mai mare;
 - b) dacă zecimile sunt egale, atunci:
- ③ comparăm sutimile ș.a.m.d.



Obținem: $52,87 > 52,8$. Deci, sportivul german a obținut un rezultat mai bun.

Rezolvăm

- Scrieți denumirile râurilor în ordinea crescătoare a lungimilor lor.

Denumirea râului	Lungimea râului (mii de kilometri)
Nipru	2,201
Nistru	1,362
Dunărea	2,857



2.2. Adunarea numerelor zecimale

Iepurele Bugs Bunny a mâncat în februarie 28,7 kg de morcov, iar în martie – 32,46 kg. Câte kilograme de morcov a mâncat în total Bugs Bunny în aceste două luni?

Rezolvare:

$$28,7 \text{ kg} + 32,46 \text{ kg} = \boxed{} \text{ kg}$$

$$\begin{array}{r} 28,70 \\ + 32,46 \\ \hline \end{array}$$

Răspuns: $\boxed{}$ kg.



Ne amintim

Pentru a aduna două numere zecimale:

- scriem numerele unul sub altul astfel: partea întreagă sub partea întreagă, virgula sub virgulă, partea zecimală sub partea zecimală, apoi completăm partea zecimală cu zerouri, pentru ca ambele numere să aibă același număr de zecimale;
- efectuăm adunarea fără a ține cont de virgulă;
- scriem virgula la rezultat, sub virgulele termenilor.

$$\begin{array}{r} 125,80 \\ + 12,03 \\ \hline 137,83 \end{array}$$

2.3. Scăderea numerelor zecimale

Prima firmă a unchiului Scrooge McDuck are în medie un venit lunar de 438,86 mii de dolari, iar cea de-a doua cu 16,4 mii de dolari mai puțin. Ce venit lunar are în medie unchiul Scrooge de la firma a doua?

Rezolvare:

$$438,86 - 16,4 = \square \text{ mii de dolari.}$$

$$\begin{array}{r} 438,86 \\ - 16,40 \\ \hline \square, \square, \square \end{array}$$



Răspuns: \square mii de dolari.



Ne amintim

Pentru a scădea două numere zecimale:

- scriem numerele unul sub altul astfel: partea întreagă sub partea întreagă, virgula sub virgulă, partea zecimală sub partea zecimală;
- completăm, în caz de necesitate, partea zecimală cu zerouri, pentru ca ambele numere să aibă același număr de zecimale;
- efectuăm scăderea fără a ține cont de virgulă;
- coborâm virgula la rezultat.

2.4. Înmulțirea numerelor zecimale

Rezolvăm



În luna ianuarie, familia Botnaru a consumat 225 kWh de energie electrică. 1 kWh costă 1,33 lei. Câți lei trebuie să achite familia pentru consumul de energie electrică în luna ianuarie?

Rezolvare:

$$1,33 \cdot 225 = \square \text{ lei.}$$

Răspuns: \square lei.

			← 2 zecimale

2 Un fermier a însămânțat cu grâu un lot de 25,6 ha. De pe fiecare hectar a recoltat, în medie, câte 27,8 q de grâu. Câte chintale de grâu a recoltat fermierul de pe acest lot?



Rezolvare:

$$27,8 \cdot 25,6 = \boxed{} \text{ q}$$

$$\begin{array}{r} \times 27,8 \\ 25,6 \\ \hline \end{array}$$

Diagram illustrating the multiplication of two decimal numbers. The numbers 27,8 and 25,6 are written with their decimal parts underlined. A bracket indicates that there are 2 decimal places in both numbers. The result of the multiplication is shown as a grid of blue squares, with a bracket indicating that the result has 4 decimal places.

Răspuns: $\boxed{}$ q.

Rețineți!

Pentru a înmulți două numere zecimale:

- ① le înmulțim fără a ține cont de virgule;
- ② punem virgula la rezultat peste atâtea cifre, câte zecimale au împreună cei doi factori. Cifrele se numără de la dreapta spre stânga.

2.5. Împărțirea unui număr zecimal la un număr natural

Cercetăm și descoperim

Maria confecționează măștișoare. Pentru aceasta, ea a tăiat un fir roșu de ață de 11,2 dm în 8 bucăți de lungimi egale. Care este lungimea unei bucăți de ață?



Rezolvare:

$$11,2 \text{ dm} = 112 \text{ cm.}$$

$$112 \text{ cm} : 8 = 14 \text{ cm} = 1,4 \text{ dm.}$$

$$\text{Deci, } 11,2 \text{ dm} : 8 = 1,4 \text{ dm.}$$

Împărțim:

$$\begin{array}{r} 11,2 \\ - 8 \\ \hline 32 \\ - 32 \\ \hline 0 \end{array}$$

Finalizăm împărțirea părții întregi.

$$11,2 : 8 = 1,4$$

deîmpărțitul împărțitorul câtul

Răspuns: 1,4 dm.

Rețineți!

Pentru a împărți un număr zecimal la un număr natural:

- 1) efectuăm împărțirea fără a ține cont de virgulă;
- 2) punem virgula la cât imediat după finalizarea împărțirii părții întregi.

Rezolvăm

$$0,25 : 5 = \square$$
$$\begin{array}{r} 0,25 \\ - 0 \\ \hline 2 \\ - 0 \\ \hline 25 \\ - 25 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 5 \\ 0,05 \end{array}$$

Rețineți!

În cazul în care partea întregă a numărului zecimal este mai mică decât împărțitorul, la cât se scrie zero întregi.

Aplicăm

• Examinați și completați:

$$1) \begin{array}{r} 2,56 \\ - 0 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \\ 0,64 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 12,72 \\ - \\ \hline 7 \\ - 2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} 1,14 \\ - \\ \hline 4 \\ - \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \\ \end{array}$$

2.6. Împărțirea unui număr zecimal la un număr zecimal

Cercetăm și descoperim

Pentru a nu întârzia la un turneu, cavalerul trebuie să parcurgă călare 36,72 km în 3,6 h. Cu ce viteză trebuie să alerge calul?

Rezolvare:

$$36,72 : 3,6 = \frac{36,72}{3,6} = \frac{36,72 \cdot 10}{3,6 \cdot 10} = \frac{367,2}{36} =$$

raport amplificarea raportului

$$V = \frac{S}{t}$$

$$= 367,2 : 36 = 10,2 \text{ (km/h).}$$

Răspuns: 10,2 km/h.



$$\begin{array}{r} 36,72 \\ - 36 \\ \hline 07 \\ - 0 \\ \hline 72 \\ - 72 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3,6 \\ 10,2 \end{array}$$

Rețineți!

Pentru a împărți un număr zecimal la un număr zecimal:

- mutăm virgula la dreapta, atât la deîmpărțit, cât și la împărțitor, cu atâtea cifre câte zecimale are împărțitorul;
- efectuăm împărțirea numărului zecimal la numărul natural obținut după mutarea virgulei.

$$\begin{array}{l} \triangle, \triangle \triangle : \triangle, \triangle = \triangle \triangle, \triangle : \triangle \triangle \\ \triangle, \triangle 0 : \triangle, \triangle \triangle = \triangle \triangle 0 : \triangle \triangle \triangle \end{array}$$

Aplicăm

• Analizați și completați:

1)
$$\begin{array}{r} 41,58 \\ - 5,4 \\ \hline 8 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

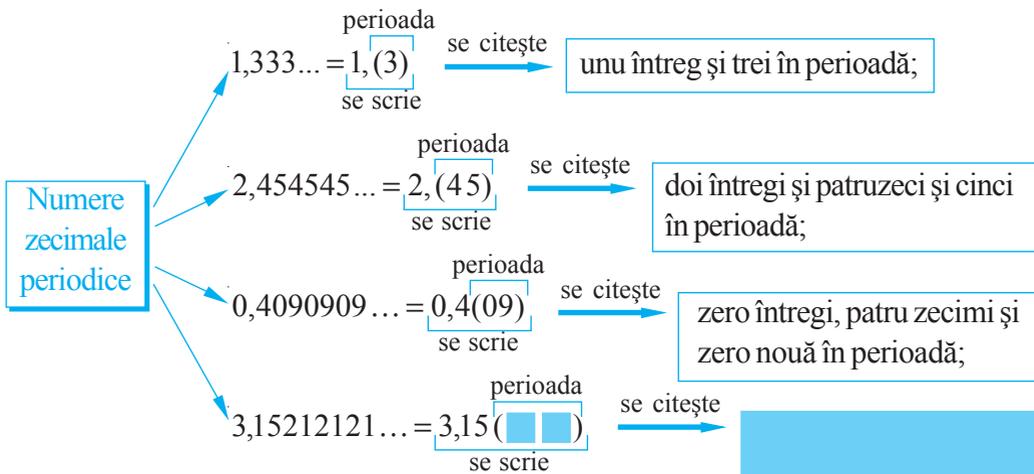
2)
$$\begin{array}{r} 2,091 \\ - 4,1 \\ \hline 00 \\ - 209 \\ \hline 1 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 25,200 \\ - 2,25 \\ \hline 0 \\ - 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

2.7. Numere zecimale periodice

Cercetăm și descoperim

- Efectuați: a) $2,8 : 2,1$; b) $2,7 : 1,1$; c) $36,1 : 2,25$; d) $0,9 : 2,2$.
- Discutați rezultatele obținute.
- Analizați și completați:



- Scrieți rezultatele obținute la sarcina 1 sub formă de numere zecimale periodice.

Rețineți!

Numerele $2,(8)$; $35,(21)$; $0,(115)$ sunt **numere zecimale periodice simple**.
Numerele $0,7(23)$; $6,25(3)$; $21,56(7)$ sunt **numere zecimale periodice mixte**.
Perioada numărului zecimal periodic este numărul din parantezele lui.

Aplicăm

- $2 : 3 = 0,666\dots = 0,(\underline{\quad})$;
perioada
- $15 : 11 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\quad},(\underline{\quad}\underline{\quad})$;
perioada
- $14 : 12 = \underline{\hspace{2cm}} = 1,(\underline{\quad}\underline{\quad})$;
perioada
- $63 : 22 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\quad},(\underline{\quad}\underline{\quad})$.
perioada

Rețineți!

Numerele zecimale periodice sunt numere zecimale infinite.

2.8. Transformarea numerelor zecimale periodice simple în fracții

Cercetăm și descoperim

1 Transformați fracția în număr zecimal periodic:

- $\frac{2}{9} = 0,2222\dots = 0,(\underline{2})$;
o cifră o cifră
- $\frac{11}{99} = 0,111111\dots = 0,(\underline{11})$;
2 cifre 2 cifre
- $\frac{5}{999} = 0,005005\dots = 0,(\underline{005})$.
3 cifre 3 cifre

2 Transformați numărul zecimal periodic simplu în fracție:

- $0,(\underline{7}) = 0,7777\dots = \frac{7}{9}$;
o cifră o cifră
- $0,(\underline{15}) = 0,151515\dots = \frac{15}{99} = \frac{5}{33}$;
2 cifre 2 cifre
- $1,(\underline{235}) = 1,235235235\dots = 1\frac{235}{999} = \frac{1234}{999}$.
3 cifre 3 cifre

Generalizăm

- ① Dacă numărul zecimal periodic simplu are 0 întregi, atunci el se transformă într-o fracție al cărei numărător este perioada numărului zecimal periodic simplu și al cărei numitor este un număr natural format din atâtea cifre de 9 câte cifre are perioada numărului periodic simplu.

$$0,(17) = \frac{17}{99}$$

- ② Dacă numărul zecimal periodic simplu are întregul diferit de 0, atunci el se transformă într-o fracție care se obține prin adunarea părții întregi cu fracția obținută în urma transformării părții zecimale a numărului zecimal periodic simplu dat.

$$2,(05) = 2 + 0,(05) = 2 + \frac{5}{99} = 2\frac{5}{99} = \frac{203}{99}$$

- ③ Frația obținută se simplifică, de regulă, până la o fracție ireductibilă.

2.9. Transformarea numerelor zecimale periodice mixte în fracții

Cercetăm și descoperim

Metoda I

$$\bullet 0,\underset{\substack{\uparrow \\ \text{o cifră}}}{1}(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{2 cifre}}}{16}) = \frac{1,(16)}{10} = \frac{1\frac{16}{99}}{10} = \frac{115}{99} = \frac{115}{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{2 cifre}}}{99}\underset{\substack{\uparrow \\ \text{o cifră}}}{0}} \Big| = \frac{116-1}{990};$$

$$\bullet 0,\underset{\substack{\uparrow \\ \text{2 cifre}}}{21}(\underset{\substack{\uparrow \\ \text{2 cifre}}}{03}) = \frac{21,(03)}{100} = \frac{21\frac{3}{99}}{100} = \frac{2082}{\underset{\substack{\uparrow \\ \text{2 cifre}}}{99}\underset{\substack{\uparrow \\ \text{2 cifre}}}{00}} \Big| = \frac{2103-21}{9900};$$

$$\bullet 10,5(2) = 10 + 0,5(2) = 10 + \frac{\quad}{\quad} = 10\frac{\quad}{\quad} = \quad.$$

Metoda II

$$\bullet 0,\overset{\boxed{2}}{2}(35) = \frac{235-\overset{\boxed{2}}{2}}{990} = \frac{233}{990};$$

$$\bullet 0,\overset{\boxed{16}}{16}(2) = \frac{162-\overset{\boxed{16}}{16}}{900} = \frac{146}{900};$$

$$\bullet 5,3(01) = 5 + 0,3(01) = 5 + \frac{\quad - \quad}{\quad} = \quad.$$

Generalizăm

- ① Dacă un număr zecimal periodic mixt are 0 întregi, atunci el se transformă într-o fracție al cărei numărător este diferența dintre numărul natural exprimat de partea neperiodică, urmată de perioadă, și numărul natural exprimat de partea neperiodică și al cărei numitor este un număr natural format din atâtea cifre de 9 câte cifre are perioada, urmate de atâtea zerouri câte cifre are partea neperiodică.

$$0,2(31) = \frac{231 - 2}{990}$$

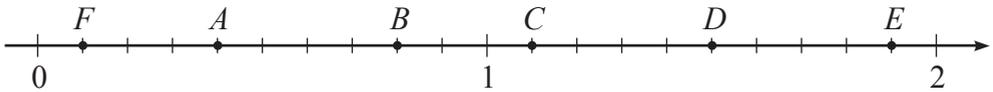
- ② Dacă un număr zecimal periodic mixt are întregul diferit de 0, atunci el se transformă într-o fracție care se obține prin adunarea întregului cu fracția obținută în urma transformării părții zecimale a numărului zecimal mixt dat.

$$2,3(11) = 2 + 0,3(11) = 2 + \frac{311 - 3}{990} = 2 + \frac{308}{990} = \frac{2288}{990}$$

Exerciții și probleme



1. Determinați coordonatele punctelor A, B, C, D, E, F reprezentate pe axa numerelor:



2. Reprezentați punctele $A(0,2), B(0,7), C(1,3)$ și $D(1,6)$ pe axa numerelor, considerând lungimea segmentului-unitate egală cu lungimea a 10 pătrățele.
3. Scrieți denumirile oceanelor în ordinea descrescătoare a adâncimilor lor maximale:

Oceanul	Adâncimea maximală a oceanului (km)
Atlantic	3,597
Indian	3,711
Arctic	1,225
Pacific	3,976



4. Ordonați crescător numerele: 3,6; 3,59; 3,545; 3,67; 3,06; 3,059.
5. Între care două numere naturale consecutive este situat pe axă numărul:
a) 3,27; b) 7,98; c) 25,01; d) 0,03?

6. Comparați numerele:

- a) $7,45 \bullet 7,43$; b) $2,08 \bullet 2,8$; c) $31,12 \bullet 31,120$.



7. Efectuați:

- a) $4,52 + 11,6$; b) $3,008 + 12,25$; c) $18,354 + 12,29$; d) $8,97 + 7,062$.

8. Viteza unei șalupe este de $24,8 \text{ km/h}$, iar viteza apei este de $1,3 \text{ km/h}$. Aflați viteza șalupei care se deplasează în sensul curgerii apei.

9. Pisicul Marinuș a mâncat la dejun $0,15 \text{ kg}$ de smântână, iar la prânz – cu $0,1 \text{ kg}$ mai mult. Câtă smântână a mâncat în total Marinuș?



10. Efectuați:

- a) $4,57 + 15,72 + 3,1$; b) $3,008 + 7,015 + 2,4$;
c) $3,07 + 12,803 + 0,026$; d) $21,3 + 2,13 + 0,213$.

11. Efectuați:

- a) $52,307 - 15,02$; b) $12,93 - 6,27$; c) $112,79 - 20,9$; d) $8,21 - 7,396$.

12. Scrieți fiecare dintre numerele $2,7$; $0,12$; $23,176$ sub formă de:

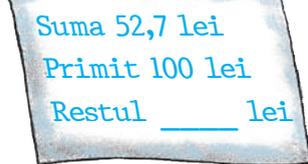
- a) sumă a două numere zecimale; b) diferență a două numere zecimale.

13. Calculați diferențele. Utilizând adunarea, verificați rezultatele obținute.

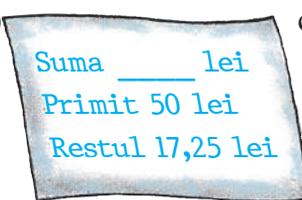
- a) $4,97 - 2,08$; b) $16,01 - 15,98$; c) $2,001 - 1,9$; d) $0,2 - 0,107$.

14. Completați bonul de plată:

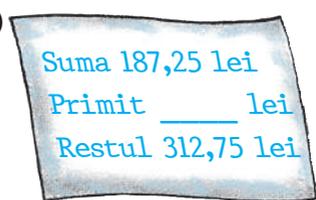
a)



b)



c)



15. Masa butoiului plin cu ulei este de $250,1 \text{ kg}$. Calculați masa butoiului gol, dacă se știe că uleiul din el cântărește $202,4 \text{ kg}$.

16. Calculați valoarea expresiei:

- a) $0,07 + 12,56 - 9,002$; b) $4,15 - 2,7 + 0,028$;
c) $18,86 - 4,09 + 7,003$; d) $2,19 - 0,219 + 0,339$.

17. Puneți virgula omisă la rezultat:

- a) $37,2 \cdot 168 = 62496$; b) $37,2 \cdot 16,8 = 62496$;
c) $37,2 \cdot 0,168 = 62496$; d) $37,2 \cdot 1,68 = 62496$;
e) $0,372 \cdot 16,8 = 62496$; f) $3,72 \cdot 1,68 = 62496$.

18. Efectuați:

a) $0,32 \cdot 1,9$;

b) $1,26 \cdot 0,29$;

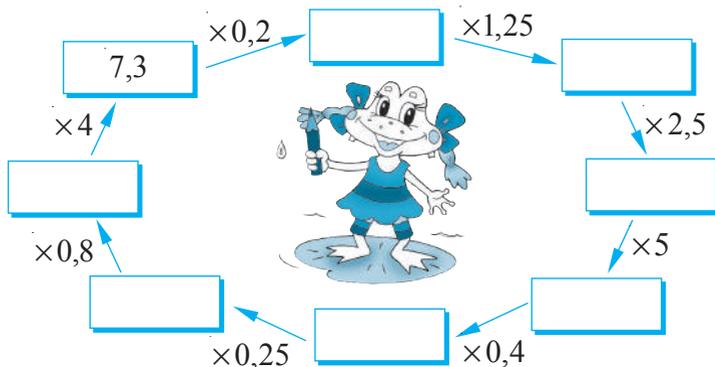
c) $7,4 \cdot 0,065$;

d) $2,02 \cdot 0,23$;

e) $0,016 \cdot 1,5$;

f) $6,132 \cdot 3,2$.

19. Ajutați-i broscuței să completeze casetele:



20. Părul uman crește cu 0,4 mm pe zi. Cu cât mai lung va fi părul peste 30 de zile?

21. Aflați suma, diferența și produsul numerelor 14,25 și 7,8.

22. Laturile unui lot de pământ de formă dreptunghiulară sunt de 3,8 m și 6,7 m. Calculați perimetrul și aria lotului.

23. Efectuați:

a) $13,8 : 4$;

b) $8,68 : 7$;

c) $169,2 : 8$;

d) $78,2 : 4$;

e) $11,34 : 42$;

f) $14 : 112$;

g) $9,044 : 38$;

h) $53,4 : 15$.

24. Pentru 5 kg de bomboane s-au plătit 281 lei. Cât costă 3 kg de astfel de bomboane?

25. În 3 ore, un autoturism a parcurs 211,5 km. Ce distanță va parcurge autoturismul în 5 ore, dacă se va deplasa cu aceeași viteză?

26. Efectuați:

a) $9,6 : 1,2$;

b) $8,4 : 0,12$;

c) $0,52 : 1,3$;

d) $2,002 : 0,91$;

e) $5,84 : 0,8$;

f) $0,648 : 0,036$;

g) $0,696 : 0,33$;

h) $48 : 0,016$.

27. În prima zi, un iaht a parcurs 333,9 km în 12,6 h. În ziua a doua, iahtul a parcurs 298,2 km în 10,5 h. În care din aceste zile iahtul s-a deplasat cu o viteză mai mare?



28. Efectuați calculele și scrieți rezultatul sub formă de număr zecimal periodic:

a) $24,16 : 11$;

b) $12,4 : 37$;

c) $0,9 : 2,2$;

d) $0,5 : 1,3$;

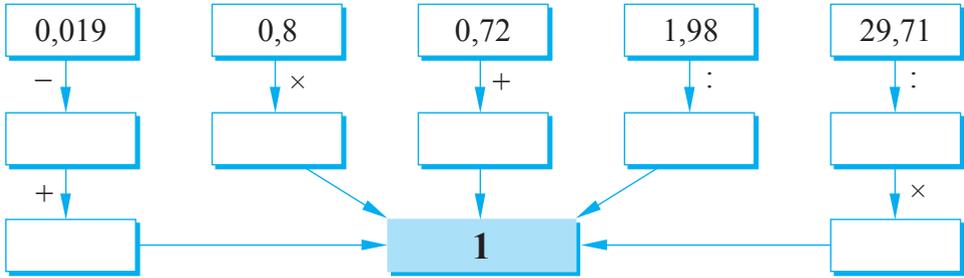
e) $64,45 : 19$;

f) $0,267 : 0,18$;

g) $1,24 : 2,7$;

h) $0,632 : 1,8$.

29. Completați casetele cu numere astfel încât să obțineți rezultatul 1:



30. Scrieți sub formă de fracție numărul zecimal periodic simplu:

- a) 0,(15); b) 0,(231); c) 2,(9); d) 12,(12).

31. Scrieți sub formă de fracție numărul zecimal periodic mixt:

- a) 2,3(4); b) 16,1(8); c) 30,0(18); d) 12,12(12).

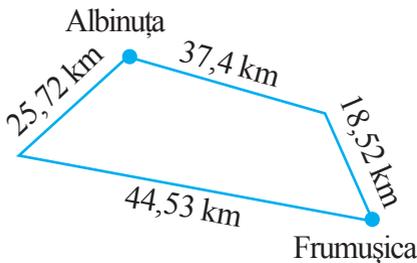
32. Aflați numerele naturale situate pe axă între numerele:

- a) 1,003 și 6,96; b) 0,02 și 5,001.

33. Completați cu o cifră astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

- a) $2, \blacksquare 1 < 2,02$; b) $6,215 > 6,2 \blacksquare 8$; c) $5,4 \blacksquare 8 > 5,49$;
 d) $3,7 \blacksquare > 3,78$; e) $1,1 \blacksquare 8 > 1,192$; f) $1,895 < 1, \blacksquare 957$.

34. Din satul Albinuța până-n satul Frumușica se poate ajunge pe trasee diferite. Care traseu este mai scurt?



35. Completați tabelul cu numere astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie, coloană sau diagonală să fie egală cu 3:

		1,2
	1,4	0,7

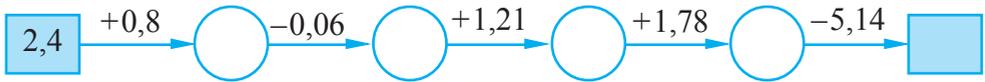
36. Completați cu cifre:

- a)
$$\begin{array}{r} 17, \blacksquare 4 \\ + \blacksquare \blacksquare, 5 \blacksquare \\ \hline 105,23 \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{r} \blacksquare, 53 \blacksquare \\ + 6,9 \blacksquare 8 \\ \hline 20, \blacksquare 27 \\ \hline \blacksquare 0,041 \end{array}$$

37. Completați cu cifre:

- a)
$$\begin{array}{r} 72, \blacksquare \blacksquare \\ - 3 \blacksquare, 59 \\ \hline \blacksquare 2,69 \end{array}$$
- b)
$$\begin{array}{r} 9 \blacksquare, 7 \blacksquare 5 \\ - \blacksquare 4, \blacksquare 6 \blacksquare \\ \hline 34,841 \end{array}$$

38. Reconstituiți lanțul de calcule:



39. Comparați:

a) $49,41 + 0,0009$ ● $49,42 - 0,001$;

b) $0,7001 + 0,0039$ ● $0,7431 - 0,039$;

c) $67,002 - 56,003$ ● $10,0999 + 0,8991$.



40. ➤ **Magia numerelor!** ➤

Numerele 2,75 și 8 posedă următoarea proprietate: produsul lor este egal cu suma cifrelor acestor numere.

$$2,75 \cdot 8 = 2 + 7 + 5 + 8 = 22$$

Aflați cel puțin încă o pereche de numere care să posedă această proprietate.

41. Calculați:

a) $5,6 \cdot 0,08 + 2,23 \cdot 2,4$;

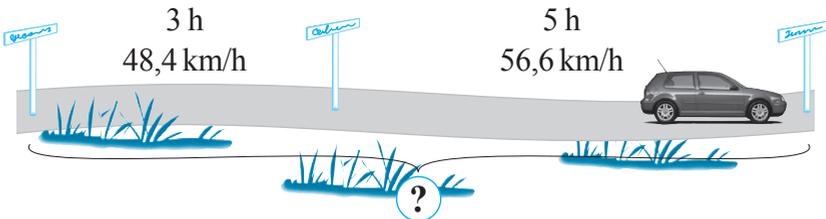
b) $(46 - 34,17) \cdot 0,09$;

c) $(3,126 - 1,7) \cdot (0,15 + 7,4)$;

d) $(9,38 + 5,12) \cdot (8,4 - 3,24)$.

42. O gospodină a vândut 15,8 kg de vișine la preț de 8,5 lei/kg și 20,6 kg de prune la preț de 7,5 lei/kg. Pentru care dintre aceste fructe gospodina a luat mai mulți bani și cu cât?

43. Utilizați datele din desen pentru a compune și a rezolva o problemă.



44. În tabel sunt prezentate normele de consum zilnic al proteinelor, grăsimilor și glucidelor pentru un kilogram de masă corporală pentru copiii cu vârsta cuprinsă între 11 și 15 ani.

Proteine	Grăsimi	Glucide
2,6 g	2,3 g	10,4 g



Calculați de câte proteine, grăsimi și glucide:

a) are nevoie pe zi un copil cu masa de 36,9 kg;

b) ai nevoie zilnic tu.

45. Completați cu semnele operațiilor aritmetice:

$$1,8 \bullet 0,5 \bullet 0,2 = 2,5;$$

$$1,8 \bullet 0,5 \bullet 0,2 = 1,5;$$

$$1,8 \bullet 0,5 \bullet 0,2 = 0,26;$$

$$1,8 \bullet 0,5 \bullet 0,2 = 0,46;$$

$$1,8 \bullet 0,5 \bullet 0,2 = 1,9.$$

46. Aflați valoarea expresiei:

a) $40 - (2,0592 : 0,072 - 19,63);$

b) $50 - (2,3256 : 0,068 - 9,38);$

c) $7,67 : 0,65 - (0,394 + 0,7688) : 0,57;$

d) $6,63 : 0,85 - (34 - 30,9248) : 0,62.$

47. Reconstituiți lanțul de calcule:

a) $9,88 \xrightarrow{:\square} 3,8 \xrightarrow{-\square} 1,74 \xrightarrow{\cdot\square} 6,09$

b) $6,2 \xrightarrow{\cdot\square} 17,36 \xrightarrow{+\square} 20,1 \xrightarrow{:\square} 1,5$

c) $\square \xrightarrow{\cdot 0,75} 15 \xrightarrow{-\square} 2,56 \xrightarrow{:\square} 3,2$

48. Dintr-o bucată de sârmă a fost confecționat un triunghi cu laturile de 7,5 cm, 8,3 cm și 9,4 cm. Dacă din această bucată de sârmă s-ar confecționa un pătrat, ce lungime ar avea latura acestuia?

49. Baza piramidei lui Kheops este un pătrat cu latura de 230 m. Turiștii care o admiră se deplasează cu viteza de 0,32 m/s. Vor reuși ei într-o oră să facă turul piramidei?



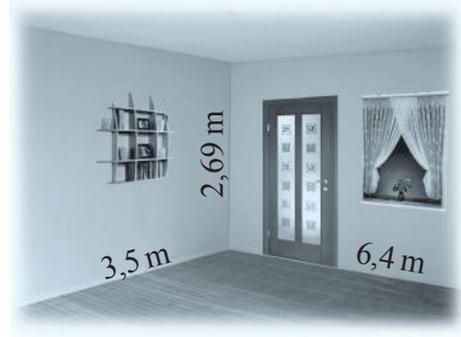
50. Care dintre pisicuți, cel alb sau cel negru, îl va trezi mai devreme pe dulău? Cu câte minute mai devreme?



51. Pe desen sunt indicate dimensiunile odăii Dănuței având podeaua dreptunghiulară. Utilizând datele din desen, determinați:

a) câți metri pătrați de mochetă sunt necesari pentru a acoperi podeaua camerei;

b) câte rulouri de tapete sunt necesare pentru a tapeta trei pereți ai odăii (fără peretele ce include ușa și fereastra), dacă un rulo are lungimea de 10 m și lățimea de 0,55 m.



52. Scrieți sub formă de fracție numărul zecimal periodic:

a) 123,(18);

b) 6,02(78);

c) 2,(135);

d) 16,2(14);

e) 6,25(8);

f) 30,02(78).

53. Compuneți un exercițiu similar cu exercițiul 19, utilizând înmulțirea numerelor zecimale.

54. a) Un giuvaiergiu a împărțit un fir de sârmă de aur în două bucăți cu aceeași masă. Dintr-o bucată de fir a confecționat un lănișor cu 80 de verigi identice, iar din cealaltă bucată – un lănișor cu 100 de verigi identice. Masa unei verigi din primul lănișor este de 0,12 g. Care este masa unei verigi din lănișorul al doilea?

b) Compuneți și rezolvați o problemă similară cu cea precedentă. Cereți să se afle numărul de verigi din primul lănișor.

55. Două albine au zburat concomitent dintr-un stup în direcții opuse. Peste 0,15 ore, distanța dintre ele era de 6,3 km. Una dintre albine zbura cu viteza de 21,6 km/h. Aflați viteza celeilalte albine.



§3 Mulțimea numerelor raționale

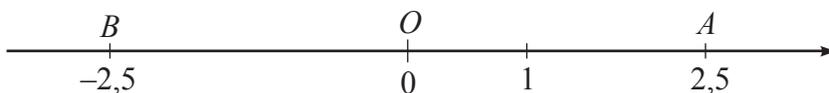
3.1. Noțiunea de număr rațional

Cercetăm și descoperim

• Petrică a văzut pe masa de lucru a mamei un document de contabilitate – darea de seama săptămânală – și s-a mirat, deoarece dintre numerele negative el le știa doar pe cele întregi.

A meditat un pic și a desenat axa numerelor. A reprezentat pe această axă mai întâi punctul $A(2,5)$. Apoi a construit în stânga originii O segmentul OB , congruent cu segmentul OA , și a scris $B(-2,5)$.

Data	Venituri. Cheltuieli (mii lei)
7.02	+25,7
8.02	-2,5
9.02	+17,3
10.02	+9,9
11.02	-3,2
12.02	+11,08



Numerele $-2,5$ și $2,5$ sunt opuse.

Numerele opuse numerelor zecimale pozitive sunt numerele zecimale negative!

Activitate practică

- 1 Desenai axa numerelor și notați cu O originea ei.
- 2 Reprezentați pe această axă punctele $M\left(\frac{1}{2}\right)$, $N\left(\frac{1}{4}\right)$, $D\left(\frac{3}{2}\right)$, $C\left(\frac{3}{4}\right)$.
- 3 Construiți în stânga lui O segmentul OF congruent cu segmentul OM .
- 4 Scrieți coordonata punctului F .
- 5 Reprezentați pe aceeași axă punctele $K\left(-\frac{3}{4}\right)$, $E\left(-\frac{3}{2}\right)$, $G\left(-\frac{1}{4}\right)$.
- 6 Determinați perechile de numere opuse.

Numerele $-\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$; $-\frac{3}{4}$ sunt numere negative.

Ne antrenăm

• Selectați din mulțimea $\left\{5; 1\frac{3}{8}; -\frac{1}{5}; 2,3; -21; 21,1; -\frac{5}{3}; -3; -0,7\right\}$:

a) numerele întregi; b) fracțiile și numerele mixte; c) numerele zecimale.

Rezolvare:

Numerele întregi			Fracțiile și numerele mixte			Numerele zecimale		
5	-21	-3	$1\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{5}{3}$	2,3	-0,7	21,1
$\frac{5}{1}$	$\frac{-21}{1}$	$\frac{-3}{1}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{-1}{5}$	$\frac{-5}{3}$	$\frac{23}{10}$	$\frac{-7}{10}$	$\frac{211}{10}$

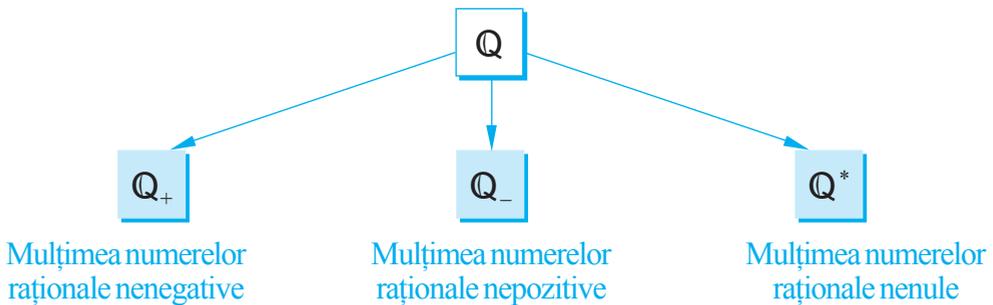
Toate aceste numere sunt numere raționale.



Rețineți!

Număr rațional se numește acel număr care poate fi scris sub forma $\frac{m}{n}$, unde $m \in \mathbb{Z}$, iar $n \in \mathbb{N}^*$.

Mulțimea numerelor raționale se notează prin \mathbb{Q} .



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$



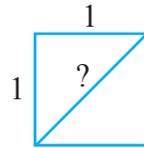
Rezolvăm

• Completați cu una dintre mulțimile \mathbb{Q}_+ , \mathbb{Q} , \mathbb{Z}^* astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $\frac{1}{2} \in \square$; b) $-\frac{7}{8} \in \square$; c) $-2 \notin \square$; d) $0 \notin \square$.

ESTE INTERESANT!

Mult timp, numerele raționale nu aveau nume. Ele nu au fost denumite până nu au apărut alte tipuri de numere. Matematicienii din Grecia antică au depistat că pentru a măsura lungimea diagonalei unui pătrat cu latura de lungime 1, nu sunt de ajuns numerele întregi și fracțiile.

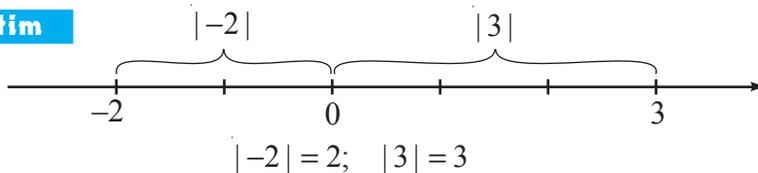


Matematicienii au numit numerele noi, necunoscute – numere iraționale, iar cele deja cunoscute – numere raționale.

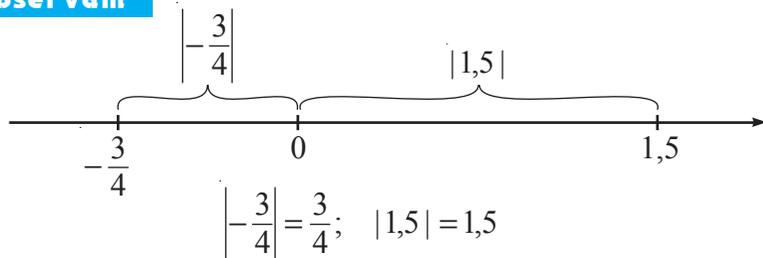
3.2. Modulul numărului rațional. Proprietăți



Ne amintim



Cercetăm și observăm



Rețineți!

Distanța de la originea O la punctul $A(a)$, $a \in \mathbb{Q}$, este **modulul** sau **valoarea absolută** a numărului rațional a și se notează $|a|$.

Aplicăm

• Analizați și completați:

$$\left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3}; \quad |5,3| = 5,3; \quad |-5,23| = \square; \quad \left| 1\frac{3}{5} \right| = \square;$$

$$|-0,01| = \square; \quad \left| -\frac{7}{8} \right| = \square; \quad \left| \frac{7}{8} \right| = \square; \quad |0| = \square.$$



Rețineți!

Pentru orice număr rațional a :

$$\bullet |a| \geq 0 \quad \bullet |a| = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} \quad \bullet |-a| = |a|$$

3.3. Forme de reprezentare a numerelor raționale

Cercetăm și descoperim

1 Mihai a scris numerele $1\frac{1}{4}$; $\frac{10}{8}$; 1,25 și le-a spus colegilor că ele reprezintă unul și același număr rațional. El a explicat astfel:

$$1\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 4 + 1}{4} = \frac{5}{4}; \quad \frac{10}{8} = \frac{10 : 2}{8 : 2} = \frac{5}{4}; \quad 1,25 = \frac{125}{100} = \frac{125 : 25}{100 : 25} = \frac{5}{4}.$$

2 Analizați și completați:

1) Scrieți ca fracție numărul zecimal: a) 3,16; b) 10,035.

Metoda I

a) $3,16 = 3\frac{16}{100} = 3\frac{4}{25} = \frac{79}{25}$;

b) $10,035 = 10\frac{35}{1000} = 10\frac{7}{200} = \frac{2007}{200}$.

Metoda II

a) $3,16 = 3\frac{16}{100} = \frac{316}{100} = \frac{79}{25}$;

b) $10,035 = 10\frac{35}{1000} = \frac{10035}{1000} = \frac{2007}{200}$.

2) Scrieți fracția sub formă de număr zecimal finit sau număr zecimal periodic:

a) $\frac{13}{8}$;

b) $-\frac{17}{25}$;

c) $-\frac{2}{3}$;

d) $\frac{11}{6}$.

a) $\frac{13}{8} = 1,625$

Efectuăm împărțirea

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 8 \\ \hline 50 \\ - 48 \\ \hline 20 \\ - 16 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

b) $-\frac{17}{25} = -0,68$

Efectuăm împărțirea

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 0 \\ \hline 170 \\ - 150 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

c) $-\frac{2}{3} = -0,6(6)$

Efectuăm împărțirea

$$\begin{array}{r} 2 \\ - 0 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \end{array}$$

d) $\frac{11}{6} = 1,8(3)$

Efectuăm împărțirea

$$\begin{array}{r} 11 \\ - 6 \\ \hline 50 \\ - 48 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \\ - 18 \\ \hline 20 \end{array}$$

Rețineți!

- ① Dacă în descompunerea în factori primi a numitorului unei fracții ireductibile apar numai cifrele 2 și 5, atunci această fracție poate fi transformată într-un număr zecimal finit.
- ② Dacă în descompunerea în factori primi a numitorului unei fracții ireductibile apar cifre diferite de 2 și 5, atunci această fracție poate fi transformată într-un număr zecimal periodic.

3.4. Compararea numerelor raționale

Cercetăm și descoperim

1 Radu și Mihai îl ajută pe bunic să sape un lot. Radu a săpat $0,4$ din lot, iar Mihai – $\frac{3}{8}$ din lot. Care dintre nepoți a săpat mai mult?

Rezolvare:

Comparăm numerele $0,4$ și $\frac{3}{8}$.

Metoda I

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5} \quad \bullet \quad \frac{3}{8}$$

$$\frac{16}{40} \quad \bullet \quad \frac{15}{40}$$

$$16 > 15$$



Metoda II

$$\frac{3}{8} = 0,375$$

$$0,4 \quad \bullet \quad 0,375$$



Răspuns: a săpat mai mult.

Rețineți!

Numerele raționale pozitive se compară ca și fracțiile sau numerele zecimale pozitive.

2 Comparați numerele:

a) $-\frac{7}{12}$ și $-\frac{9}{16}$;

b) $0,(23)$ și $-\frac{11}{19}$;

c) $-7\frac{1}{8}$ și 0 .

Rezolvare:

a) $-\frac{7}{12}$ $-\frac{9}{16}$

↑ schimbăm
semnul

$\left|-\frac{7}{12}\right|$ $\left|-\frac{9}{16}\right|$

$\frac{7}{12}$ $\frac{9}{16}$

Dintre două numere negative, este mai mare numărul cu modulul mai mic.

b) $0,(23) > -\frac{11}{19}$

c) $-7\frac{1}{8} < 0$

Orice număr negativ este mai mic decât orice număr pozitiv sau decât zero.

3.5. Rotunjirea numerelor raționale



Ne amintim

De ziua ei, Ana a fost anunțată că la oficiul poștal o așteaptă un colet trimis de prietena ei din Anglia.

Coletul cântărește 3 livre. Va avea oare Ana nevoie de ajutorul fratelui său pentru a aduce coletul acasă?

1 livră =
= 0,45359237 kg

Rezolvare:

1 livră = $0,4\overset{+1}{5}359237$ kg $\approx 0,5$ kg

rotunjim până la zecimi

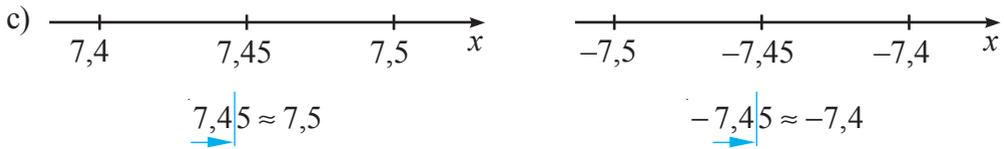
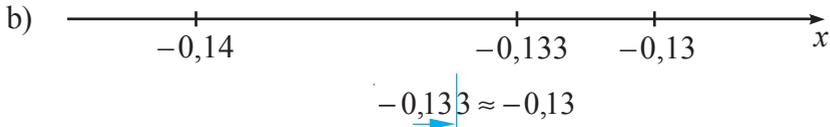
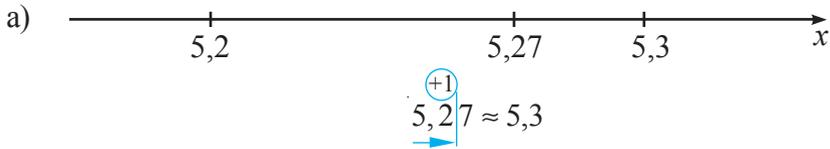
$0,5 \cdot 3 = 1,5$ (kg)

3 livre $\approx 1,5$ kg.

Răspuns: Ana va putea duce singură coletul acasă.



Cercetăm și descoperim



Rețineți!

- ① **Rotunjirea numărului rațional** până la ordinul dat este un număr de ordinul dat, situat pe axă cel mai aproape de numărul rațional dat.
- ② Dacă numărul rațional este situat pe axă la distanțe egale de două numere consecutive de ordinul la care se face rotunjirea, atunci rotunjirea este cel mai mare dintre aceste două numere.

Rezolvăm

• Analizați și continuați:

Numărul rațional	Rotunjirea		
	până la unități	până la zecimi	până la sutimi
0,813	1	0,8	0,81
$2\frac{19}{40}$			
-1,365	-1	-1,4	-1,36
-22,727			
0,1(8)	0	0,2	0,19
$-6\frac{2}{3}$			
$12\frac{1}{8}$			



3.6. Adunarea și scăderea numerelor raționale

Rezolvăm

1 Elicopterul a coborât în zbor mai întâi 50,6 m, apoi s-a ridicat 102,3 m. Cum s-a schimbat înălțimea de zbor a elicopterului după aceste manevre?

Rezolvare:

$$-50,6 + 102,3 = +51,7 \text{ (m)}$$

Răspuns: Înălțimea de zbor s-a mărit cu 51,7 m.



Cercetăm și descoperim

2 Efectuați: a) $-\frac{1}{3} + \frac{5}{6}$; b) $-0,2 + (-1,4)$.

Rezolvare:

a)

$$-\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\left| -\frac{1}{3} \right| = \frac{1}{3} \quad \left| \frac{5}{6} \right| = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{1}{2}$$

b)

$$-0,2 + (-1,4) = -1,6$$

$$|-0,2| = 0,2 \quad |-1,4| = 1,4$$

$$0,2 + 1,4 = 1,6$$

$$-0,2 + (-1,4) = -1,6$$

Rețineți!

1 Pentru a aduna două numere raționale cu același semn, adunăm modulele acestora și rezultatului îi atribuim semnul lor comun.

$$-\frac{1}{2} + \left(-\frac{5}{6}\right) = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}; \quad 0,25 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

2 Pentru a aduna două numere raționale cu semne diferite:

- 1) din modulul mai mare scădem modulul mai mic;
- 2) rezultatului îi atribuim semnul numărului cu modulul mai mare.

$$-3\frac{1}{2} + \frac{1}{10} = -\frac{7}{2} + \frac{1}{10} = -3,4$$

3 Efectuați: a) $-12,78 - 8,56$; b) $-\frac{5}{9} - \left(-\frac{7}{12}\right)$.

Rezolvare:

a) $-12,78 - 8,56 =$
 $= -12,78 + (-8,56) =$
 $= -$.

b) $-\frac{5}{9} - \left(-\frac{7}{12}\right) = -\frac{5}{9} + \frac{7}{12} =$
 $= -\frac{\square}{36} + \frac{\square}{36} = \frac{\square}{\square}$.

Rețineți!

Pentru a scădea două numere raționale, adunăm descăzutul cu opusul scăzătorului:

$$a - b = a + (-b).$$

Observație. Suma și diferența a două numere raționale este un număr rațional.

3.7. Proprietățile adunării

Cercetăm și descoperim

LUCRĂM ÎN PERECHI!



1 Completați tabelul:

a	b	$a + b$	$b + a$
$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$		
$-0,4$	$-2,7$		

• Concluzia: $a + b =$

2 Completați tabelul:

a	b	c	$a + (b + c)$	$(a + b) + c$
$\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$		
$-0,03$	$-0,75$	$-0,25$		

• Concluzia: $a + (b + c) =$

3 Efectuați:

a) $\frac{5}{11} + 0 =$; b) $-\frac{2}{7} + 0 =$; c) $0 + (-0,15) =$.

• Trageți concluzia.

4 Efectuați:

a) $-\frac{3}{17} + \frac{3}{17} =$; b) $0,31 + (-0,31) =$; c) $\frac{2}{13} + \left(-\frac{2}{13}\right) =$.

• Trageți concluzia.

Generalizăm

Proprietățile adunării numerelor raționale

1° Adunarea numerelor raționale este comutativă:

$$a + b = b + a, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{Q}.$$

2° Adunarea numerelor raționale este asociativă:

$$a + (b + c) = (a + b) + c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

3° 0 este element neutru la adunarea numerelor raționale:

$$a + 0 = 0 + a = a, \text{ pentru orice } a \in \mathbb{Q}.$$

4° Pentru orice număr rațional a , există opusul lui, notat $-a$, astfel încât

$$a + (-a) = -a + a = 0.$$

Aplicăm

Continuați rezolvarea exercițiului:

$$\text{a) } -\frac{4}{15} + \left(-\frac{1}{7}\right) + \frac{4}{15} = -\frac{4}{15} + \frac{4}{15} + \left(-\frac{1}{7}\right) = 0 + \left(-\frac{1}{7}\right) = -\frac{\square}{\square};$$

$$\text{b) } (0,01 + (-3,2)) + 3,2 = 0,01 + (\square + \square) = 0,01 + \square = \square.$$

3.8. Desfacerea parantezelor

Cercetăm și descoperim

1 Efectuați:

$$\text{a) } 7,1 + (2,9 + 3,1);$$

$$\text{b) } 7,1 + 2,9 + 3,1;$$

$$\text{c) } 6,3 + (-5,3 + 2,2);$$

$$\text{d) } 6,3 - 5,3 + 2,2.$$

Continuați rezolvarea și comparați rezultatele obținute:

$$\text{a) } 7,1 + (2,9 + 3,1) = 7,1 + \square = \square.$$

$$\text{b) } 7,1 + 2,9 + 3,1 = \square.$$

$$a + (b + c) = a + b + c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Continuați rezolvarea și comparați rezultatele obținute:

$$\text{c) } 6,3 + (-5,3 + 2,2) = 6,3 + (\square) = \square.$$

$$\text{d) } 6,3 - 5,3 + 2,2 = \square.$$

$$a + (-b + c) = a - b + c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Generalizăm

La desfacerea parantezelor în fața cărora este semnul „+”, păstrăm semnele tuturor termenilor din paranteze:

$$+(a - b + c) = a - b + c.$$

Aplicăm

2 Calculați: $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{2} - 2\right)$.

Analizați și continuați rezolvarea.

$$-\frac{1}{2} + \left(\ominus \frac{3}{2} \ominus 2\right) = -\frac{1}{2} \oplus \frac{3}{2} \oplus 2 = \square \oplus 2 = \square.$$

Cercetăm și descoperim

3 Efectuați:

a) $\frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{6} - 9\right)$;

b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} + 9$;

c) $0,03 - (0,03 + 2,72)$;

d) $0,03 - 0,03 - 2,72$.

Continuați rezolvarea și comparați rezultatele obținute:

a) $\frac{5}{6} - \left(-\frac{1}{6} - 9\right) = \frac{5}{6} - (\square) = \square$;

b) $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} + 9 = \square + 9 = \square$.

$$a - (-b - c) = a + b + c, \quad a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Continuați rezolvarea și comparați rezultatele obținute:

c) $0,03 - (0,03 + 2,72) = 0,03 - \square = \square$;

d) $0,03 - 0,03 - 2,72 = \square - 2,72 = \square$.

$$a - (b + c) = a - b - c, \quad a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Generalizăm

La desfacerea parantezelor în fața cărora este semnul „-”, schimbăm semnul fiecărui termen din paranteze:

$$-(a + b - c) = -a - b + c.$$

Aplicăm

4 Calculați: $0,1 - (-0,9 + 101)$.

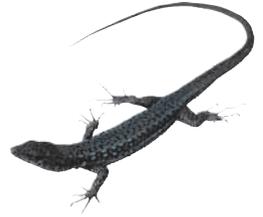
Analizați și continuați rezolvarea:

$$0,1 - (-0,9 + 101) = 0,1 + 0,9 \oplus 101 = \square \oplus 101 = \square.$$

3.9. Înmulțirea și împărțirea numerelor raționale

Cercetăm și descoperim

1 Temperatura corpului unui liliac poate să coboare până la $-6,6^{\circ}\text{C}$. Aflați până la câte grade poate coborî temperatura corpului unei șopârle, dacă se știe că ea reprezintă $\frac{2}{3}$ din temperatura minimală a corpului liliacului.



Rezolvare:

$$-6,6 \cdot \frac{2}{3} = -\frac{66}{10} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{44}{10} = -4,4 \text{ (grade Celsius).}$$

Răspuns: $-4,4^{\circ}\text{C}$.

Rețineți!

Produsul a două numere raționale a și b este pozitiv dacă numerele a și b au același semn.

$(+) \cdot (+) = +$
$(+) \cdot (-) = -$
$(-) \cdot (+) = -$
$(-) \cdot (-) = +$

Produsul a două numere raționale a și b este negativ dacă numerele a și b au semne diferite.

Aplicăm

2 Calculați: a) $-1,2 \cdot (-17,5)$; b) $-\frac{3}{4} \cdot 1\frac{7}{9}$.

Analizați și continuați:

a) $-1,2 \cdot (-17,5) = \square \cdot \square = \square$;

b) $-\frac{3}{4} \cdot 1\frac{7}{9} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{\square}{\square} = -\frac{\square}{\square}$.

Observație. Produsul a două numere raționale este un număr rațional.

Cercetăm și descoperim

3 Temperatura aerului ziua a fost de $-8,5^{\circ}\text{C}$, ceea ce reprezintă $\frac{5}{6}$ din temperatura care a fost noaptea. Ce temperatură a fost noaptea?

Rezolvare:

$$-8,5 : \frac{5}{6} = -8,5 \cdot \frac{6}{5} = -\frac{85}{10} \cdot \frac{6}{5} = -10,2 \text{ (grade Celsius).}$$

Răspuns: $-10,2^{\circ}\text{C}$.



Rețineți!

Câtul a două numere raționale a și b este pozitiv dacă numerele a și b au același semn.

$$\begin{aligned} (+) : (+) &= + \\ (-) : (-) &= + \\ (-) : (+) &= - \\ (+) : (-) &= - \end{aligned}$$

Câtul a două numere raționale a și b este negativ dacă numerele a și b au semne diferite.

Aplicăm

4 Calculați: a) $-1\frac{3}{7} : \left(-\frac{5}{21}\right)$; b) $0,2 : (-1,1)$.

Analizați și continuați:

a) $-1\frac{3}{7} : \left(-\frac{5}{21}\right) = \frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} = \square$;

b) $0,2 : (-1,1) = -\square : \square = -\square$.

Observație. Câtul a două numere raționale este un număr rațional.

3.10. Proprietățile înmulțirii numerelor raționale

Cercetăm și descoperim

Lucrăm în perechi!



1 Completați tabelul:

a	b	$a \cdot b$	$b \cdot a$
-0,8	1,5		
$-\frac{1}{3}$	$-\frac{3}{7}$		
1	-1,23		
$-\frac{9}{17}$	1		



Concluzie: $a \cdot b = \square \cdot \square$;

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = \square.$$

2 Substituiți numerele a , b și c cu numere raționale arbitrare și verificați proprietățile:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q};$$

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q};$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$



Rețineți!

Proprietățile înmulțirii numerelor raționale

1° Înmulțirea numerelor raționale este comutativă:

$$a \cdot b = b \cdot a, \text{ pentru orice } a, b \in \mathbb{Q}.$$

2° Înmulțirea numerelor raționale este asociativă:

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

3° 1 este element neutru la înmulțirea numerelor raționale:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a, \text{ pentru orice } a \in \mathbb{Q}.$$

4° Înmulțirea numerelor raționale este distributivă față de adunare și scădere:

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c, \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{Q}.$$

Proprietatea 4° reprezintă regula scoaterii factorului comun și regula desfacerii parantezelor.

Scoaterea factorului comun

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Desfacerea parantezelor

Aplicăm

• Calculați în modul cel mai rațional, utilizând proprietățile înmulțirii:

a) $-\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{6}{5}$; b) $-2,7 \cdot 0,54 - 2,7 \cdot 0,46$; c) $-\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{8}{9}\right)$

Analizați și continuați calculele:

a) $-\frac{5}{6} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{6}{5} = -\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{7}{13} = -\square \cdot \frac{7}{13} = -\frac{\square}{\square}$.

b) Scoatem factorul comun $-2,7$:

$$-2,7 \cdot 0,54 - 2,7 \cdot 0,46 = -2,7 \cdot (0,54 \oplus 0,46) = -2,7 \cdot \square = -\square.$$

c) Desfacem parantezele:

$$\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{8}{9}\right) = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = -\square + \frac{\square}{\square} = -\square + \frac{\square}{\square} = -\frac{\square}{\square}.$$

Știetot utilizează proprietățile înmulțirii pentru a efectua calcule rapide:

$$3\frac{2}{5} \cdot 5 = \left(3 + \frac{2}{5}\right) \cdot 5 = 15 + 2 = 17;$$

$$12 \cdot 1,5 = 12 \cdot (1 + 0,5) = 12 + 6 = 18.$$



Știetot

Încercați și voi:

$$2\frac{2}{3} \cdot 6 = \left(\square + \frac{\square}{\square}\right) \cdot 6 = \square + \square = \square;$$

$$14 \cdot 2,5 = 14 \cdot (\square + \square) = \square + \square = \square.$$

3.11. Puterea numărului rațional cu exponent număr natural



Ne amintim

Angajaților unei firme li s-a propus o modalitate originală de remunerare a muncii: în cazul în care angajatul lucrează o oră pe zi, atunci el primește doar 2 lei. Fiecare din următoarele ore asigură dublarea remunerării. Care va fi remunerarea zilnică a unui angajat dacă acesta lucrează 8 ore?

Rezolvare:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^8 = 256 \text{ (lei).}$$

Răspuns: 256 lei.



Calculați suma de bani pe care o va pierde angajatul dacă va pleca de la serviciu cu o oră mai devreme.



Citim:
doi la puterea a opta.

Cercelăm și descoperim

$$(1,5)^3 = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 3,375;$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{81};$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32.$$

Rețineți!

Puterea numărului rațional a cu exponentul n , $n \in \mathbb{N}^*$, este produsul a n factori, fiecare fiind egal cu a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ ori}}$$

$$\begin{array}{l|l} a^1 = a & a^0 = 1 \\ a \in \mathbb{Q} & a \in \mathbb{Q}^* \\ \hline 0^0 - n\text{-are sens} \end{array}$$

Lucrăm în perechi!



Determinați semnul puterii:

$$(-1,73)^4 \text{ } \bullet \text{ } 0;$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^6 \text{ } \bullet \text{ } 0;$$



$$\left(-\frac{7}{9}\right)^7 \text{ } \bullet \text{ } 0;$$

$$(-0,03)^3 \text{ } \bullet \text{ } 0.$$

• Trageți concluzia

Rezolvăm

• Analizați și completați tabelul:

Produsul	Puterea	Baza puterii	Exponentul puterii	Valoarea puterii
$(-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2)$	$(-0,2)^3$	$-0,2$	3	$-0,008$
$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$				
		$-\frac{2}{3}$	4	
	$\left(1\frac{1}{2}\right)^5$			



Rețineți!

Într-un exercițiu fără paranteze, efectuarea operației de ridicare la putere este prioritară.

Aplicăm

$$\begin{aligned} -6\frac{2}{5} \cdot 1\frac{9}{16} + \left(-2\frac{1}{4}\right)^2 &= -\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} + \left(-\frac{\square}{\square}\right)^2 = -\frac{\square}{\square} \cdot \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \\ &= -\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = -\frac{\square}{\square} = -\frac{\square}{\square}. \end{aligned}$$

3.12. Media aritmetică

Cercetăm și descoperim

1 Pentru a-și organiza orarul zilnic, Dana a fixat pe parcursul unei săptămâni timpul necesar pregătirii temelor pentru acasă.

Câte ore, în medie, pe zi îi trebuie Danei ca să-și facă temele pentru acasă?

Rezolvare:

$$\frac{1,3 + 1,5 + 2 + 1,2 + 1,5}{5} = 1,5 \text{ (h)}.$$

Răspuns: 1,5 h.

Ziua săptămânii	Timpul (ore)
Luni	1,3 h
Marti	1,5 h
Miercuri	2 h
Joi	1,2 h
Vineri	1,5 h

Pentru a răspunde la întrebarea problemei, am calculat media aritmetică a numerelor din tabel.

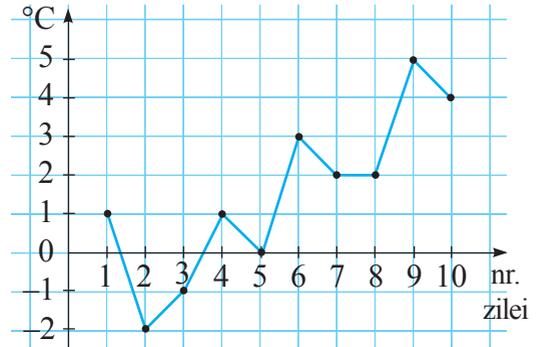
Rețineți!

Media aritmetică a numerelor raționale $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ este câtul împărțirii sumei acestor numere la numărul total de termeni:

$$a_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Aplicăm

2 Știetot a reprezentat grafic variația temperaturii aerului în municipiul Chișinău pe parcursul primelor 10 zile ale lunii martie (vezi desenul). Care a fost temperatura medie a aerului în cele 10 zile?



Rezolvare:

$$t_m = \frac{1 + (-2) + (-1) + 1 + 0 + 3 + 2 + 2 + 5 + 4}{10} = \text{■} \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Răspuns: ■ °C.

Lucrăm în perechi!



- 3 a) Aflați media aritmetică a_m a numerelor 2,7 și $-1,3$.
 b) Reprezentați pe axa numerelor punctele $A(2, 7)$; $B(-1, 3)$ și $C(a_m)$.
 c) Unde este amplasat punctul C pe segmentul AB ? Trageți concluzia.

Exerciții și probleme



1. Reprezentați pe axa numerelor punctele: $A(2)$; $B(-1,5)$; $C\left(-2\frac{1}{4}\right)$; $D\left(\frac{5}{4}\right)$.
2. Scrieți opusele numerelor: $5, 1$; $-0,25$; $-\frac{7}{8}$; $1\frac{3}{7}$; $2,7$; $-3\frac{1}{9}$.
3. Aflați: a) $-a$, dacă $a \in \{-3, 1; 1\frac{5}{6}; -2,03; 0\}$;
 b) b , dacă $-b \in \{-6, 2; 3\frac{1}{3}; -0,1; \frac{29}{28}\}$;
 c) $-(-c)$, dacă $c \in \{\frac{13}{15}; -1,3; -2,52; 0\}$.

4. Reproduceți tabelul și scrieți în fiecare celulă semnul „ \in ”, dacă punctul aparține mulțimii indicate, sau semnul „ \notin ”, dacă punctul nu aparține acestei mulțimi:

-3,5	$1\frac{1}{6}$	-21	37	0	$-\frac{7}{11}$	0,003	
							\mathbb{N}
							\mathbb{Z}^*
							\mathbb{Q}_+
							\mathbb{Q}_-



5. Scrieți toate numerele întregi situate pe axă între numerele:

a) 3,7 și 5,1; b) -0,135 și 1,02; c) $-1\frac{2}{3}$ și $1\frac{1}{3}$; d) $-\frac{15}{4}$ și $\frac{8}{3}$.

6. Aflați modulul numărului:

a) 1,3; b) $-\frac{1}{12}$; c) -0,25; d) $1\frac{3}{5}$; e) $\frac{7}{9}$; f) $-4\frac{6}{11}$.

7. Aflați $|a|$, dacă:

a) $a = -2,3$; b) $a = \frac{31}{48}$; c) $a = -7\frac{2}{7}$; d) 0,75.

8. Calculați valoarea expresiei:

a) $|-7,2| + |3,4|$; b) $|-1,7| - |-0,8|$; c) $|-1,6| \cdot |-6,4|$;
d) $\left|-\frac{5}{12}\right| + \left|\frac{3}{16}\right|$; e) $\left|-\frac{5}{6}\right| \cdot \left|\frac{3}{20}\right|$; f) $|-56| : |0,7|$.

9. Scrieți sub formă de fracție ireductibilă numărul zecimal:

a) 12,2; b) 0,25; c) 0,05; d) -3,08;
e) 0,875; f) -0,48; g) -1,92; h) 0,375.

10. Scrieți sub formă de număr mixt numărul zecimal:

a) 1,5; b) -3,2; c) 5,25; d) -3,125; e) -7,005; f) 4,0125.

11. Scrieți sub formă de număr zecimal fracția:

a) $\frac{7}{2}$; b) $\frac{3}{4}$; c) $\frac{4}{5}$; d) $\frac{18}{5}$; e) $\frac{11}{4}$; f) $\frac{7}{20}$; g) $\frac{1}{25}$.

12. Fie mulțimea $M = \left\{\frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{3}{25}, \frac{6}{11}, \frac{17}{50}, \frac{13}{30}\right\}$.

a) Determinați mulțimea A , $A \subset M$, a fracțiilor care pot fi scrise ca numere zecimale fără perioadă.

b) Scrieți elementele mulțimii A sub formă de numere zecimale.

c) Determinați mulțimea B , $B \subset M$, a fracțiilor care pot fi scrise ca numere zecimale periodice.

- d) Scrieți elementele mulțimii B sub formă de numere zecimale periodice.
 e) Determinați care propoziție este adevărată și care este falsă:

- 1) $A \cap B = \emptyset$;
 2) $A \cup B = M$.



13. Completați tabelul:

Cât	Fracție ireductibilă	Număr zecimal
10:6	$\frac{5}{3}$	1,(6)
9:11		
	$\frac{35}{9}$	
		1,35



14. Comparați numerele:

a) $-1,1$ \bullet $-1,09$;



b) $-\frac{5}{7}$ \bullet $-\frac{9}{14}$;

c) $0,2$ \bullet $0,2011$;

d) $2,67$ \bullet $2,(6)$.

15. Ordonăți crescător numerele: $-4,9$; $2\frac{1}{3}$; $2,3$; $-4,901$; $-2\frac{1}{2}$; $-2,6$; 0 .

16. Ordonăți descrescător numerele:

$-3,7$; 0 ; $5,11$; $-3\frac{3}{5}$; $0,1(2)$; $0,12$; $5\frac{14}{125}$.

17. Completați cu o cifră astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $-2,02 < -2, \blacksquare 1$;

b) $-3,4 \blacksquare 6 > -3,415$;

c) $-11,1 \blacksquare < -11,18$;

d) $-2 \blacksquare ,09 < -27,1$.

18. Între care numere întregi consecutive este situat pe axă numărul:

a) $5\frac{3}{11}$;

b) $-2\frac{9}{13}$;

c) $-9,3$;

d) $-11\frac{2}{3}$;

e) $0,324$;

f) $-0,12$?

Model:

$$3 < 3\frac{1}{3} < 4.$$

19. Profesorul a scris pe tablă câteva exerciții de comparație, însă în timpul recreației cineva a șters unele cifre. La lecție, profesorul le-a spus elevilor că numerele pot fi comparate și fără a restabili situația inițială. Comparați:

a) $-3,3$ $\star\star$ și $-3,2$ $\star\star\star$;

b) $-0,518$ și $-0,517$ $\star\star\star$;

c) $-\star$, $\star\star\star$ și 0 ;

d) $-\star$, $\star\star\star$ și \star , $\star\star\star$.



20. Comparați:

a) $|-1,6| \bullet 0$;

b) $\left|-\frac{3}{8}\right| \bullet -\frac{3}{8}$;

c) $1,56 \bullet |-1,56|$;

d) $-0,09 \bullet |-0,001|$.



21.



$v \approx 15,23$ km/min.



$v \approx 15,47$ km/min.

a) Până la ce ordin sunt rotunjite vitezele medii ale avioanelor din imagini?

b) Aflați vitezele medii ale avioanelor în km/oră și rotunjiți rezultatele obținute până la unități.

22. Rotunjiți:

a) până la zecimi numerele 3,46; -2,17; 0,052; -1,65; 2,(3);

b) până la sutimi numerele 25,729; -31,047; -0,171; 6,725; 4,3(6); 4,(36).

23. Reproduceți și completați tabelul:

Numărul	Rotunjirea numărului până la		
	unități	zecimi	sutimi
2,365			
-1,884			
-61,753			
0,6(4)			
2,(17)			



24. Completați cu o cifră astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $21,5 \blacksquare \approx 21,6$; b) $-3,92 \blacksquare \approx -3,92$; c) $71,0 \blacksquare \approx 71,1$; d) $-5,2 \blacksquare \approx -5,3$.

25. Calculați:

a) $-4,1 + 1,6$;

b) $2,8 - 5,5$;

c) $-2,3 - 1,4$;

d) $4 - 5,9$;

e) $\frac{2}{15} - \frac{3}{10}$;

f) $-\frac{1}{4} + \frac{2}{5}$;

g) $-\frac{3}{7} - \frac{20}{21}$;

h) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$;

i) $-3\frac{1}{12} - \left(-\frac{1}{6}\right)$;

j) $-2\frac{3}{8} - 1\frac{7}{10}$;

k) $-5\frac{1}{4} + 1\frac{1}{8}$;

l) $4\frac{3}{7} - 8\frac{9}{14}$;

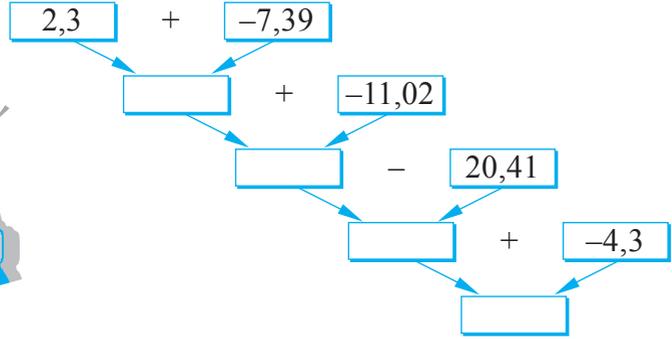
m) $-2\frac{3}{4} - \left(-3\frac{2}{5}\right)$;

n) $3\frac{7}{9} - 1\frac{1}{12}$;

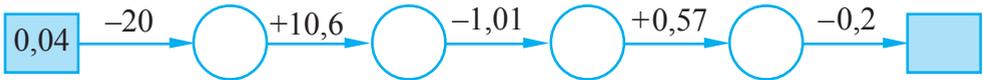
o) $2\frac{5}{8} - 3\frac{5}{6}$;

p) $-1\frac{3}{4} + 2\frac{7}{8}$.

26. Efectuați calculele conform schemei:

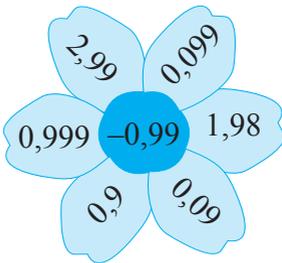


27. Reconstituți lanțul de calcule:

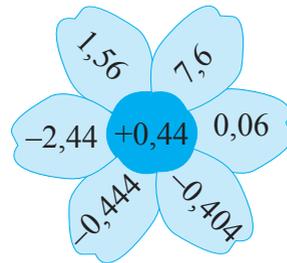


28. Efectuați:

a)



b)



29. Cine va depista mai repede linia, coloana sau diagonala cu numere care are suma egală cu numărul indicat?

1,2

a)

-3,2	1,5	0,5
4,4	1,6	-4,7
1,1	-4,3	2,8

$-\frac{1}{8}$

b)

$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{8}$
$-\frac{5}{8}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{3}{4}$	-1	$\frac{5}{8}$

30. Calculați în modul cel mai eficient:

a) $-3,72 + 5,26 + 2,72$;

b) $\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{12} \right)$;

c) $(0,39 - 10,56) + 10,56$;

d) $-3,78 + 9,84 + 1,78 - 20,84$.

31. Desfaceți parantezele și efectuați:

a) $-3,8 - (-8,1 + 3,9)$;

b) $7,5 + (-8,4 - 2,1)$;

c) $-\frac{7}{8} - \left(1\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$;

d) $\frac{4}{9} - \left(-1\frac{1}{3} + \frac{7}{9}\right)$;

e) $-8,76 - (-3,25 - 10,76)$;

f) $-6,19 + (-1,5 + 5,19)$;

g) $-\frac{9}{20} - \left(-\frac{11}{20} - \frac{5}{6}\right)$;

h) $\frac{17}{28} + \frac{5}{18} - \left(\frac{3}{28} - \frac{13}{18}\right)$.

32. Efectuați:

a) $-1,2 \cdot (-0,8)$;

b) $-12,5 \cdot 3,6$;

c) $-5,6 \cdot \left(-\frac{3}{7}\right)$;

d) $\frac{2}{9} \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right)$;

e) $1,2 \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)$;

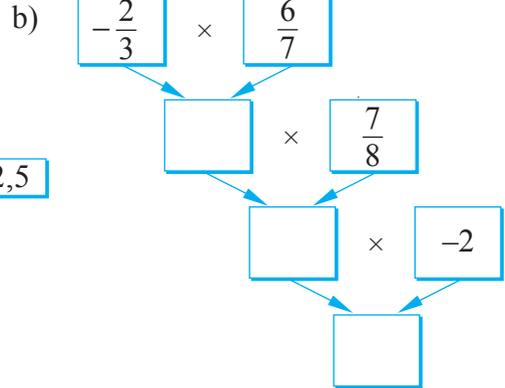
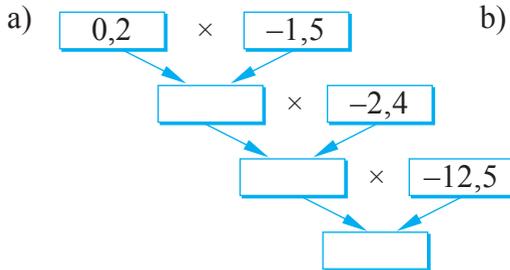
f) $-4\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{7}$.

33. Reproduceți și completați tabelul:

a	-3	$-0,3$	$0,25$	$\frac{3}{8}$	$-1\frac{1}{4}$
$-0,2a$					



34. Efectuați calculele conform schemei:



35. Efectuați:

a) $-2,4 : 0,8$;

b) $8,4 : (-0,42)$;

c) $-8,64 : (-1,2)$;

d) $-4\frac{4}{5} : \frac{8}{15}$;

e) $\left(-5\frac{1}{7}\right) : \left(-1\frac{2}{7}\right)$;

f) $-0,78 : \left(-2\frac{3}{5}\right)$.

36. Cât costă 1 kg de biscuiți dacă pentru $5\frac{5}{6}$ kg s-au plătit 52,5 lei?

37. Bunicul Ion are 5 stupi. Din toți stupii, el a colectat 182,5 kg de miere. Câte kilograme de miere a colectat în medie bunicul de la fiecare stup?

38. Efectuați în modul cel mai rațional:

a) $0,4 \cdot 3,56 \cdot (-2,5)$;

b) $0,2 \cdot (-12,51) \cdot 5$;

c) $3,6 \cdot 0,03 + 6,4 \cdot 0,03$;

d) $-12,3 \cdot 0,054 + (-12,3) \cdot 0,054$.

39. Utilizând metoda factorului comun, aflați valoarea expresiei:

a) $-\frac{2}{3} \cdot 0,4 + \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot 0,6;$

b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{6}{7} + \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right);$

c) $2,7 \cdot 1,9 - 3,7 \cdot 1,9;$

d) $1,4 \cdot 0,9 - 1,4 \cdot 5,9.$

40. Scrieți sub formă de putere:

a) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3};$

b) $(-1,3) \cdot (-1,3) \cdot (-1,3);$

c) $\left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-\frac{3}{5}\right).$

41. Adevărat sau Fals?

a) $(-2,1)^2 = (2,1)^2;$

b) $(-5,3)^4 = -(5,3)^4;$

c) $\left(-\frac{7}{8}\right)^3 < 0;$

d) $\left(-\frac{1}{5}\right)^2 > 0;$

e) $(-25)^3 < (-25)^2;$



42. Calculați:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{8}{15};$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 16;$

c) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2 \cdot 1\frac{1}{5};$

d) $\left(\frac{5}{9} - \frac{3}{7}\right)^0.$

43. Aflați media aritmetică a numerelor:

a) 10,3 și 9,8;

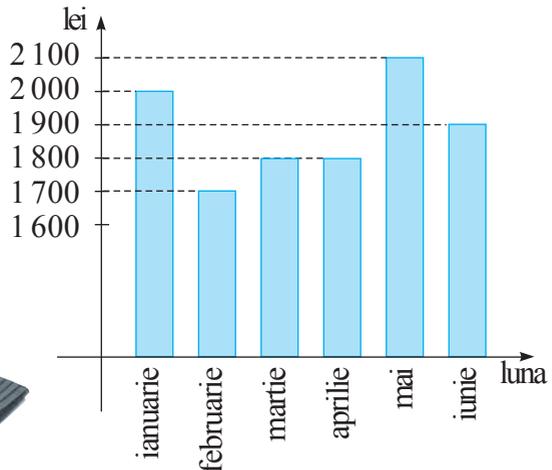
b) $1\frac{1}{7}$ și $2\frac{3}{7};$

c) 3,8; 3,9; 4,3.

44. Calculați media aritmetică a propriei reușite școlare pentru semestrul I al anului de învățământ. Rotunjiți rezultatul până la zecimi.

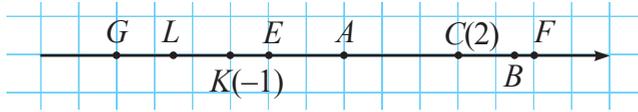
45. În decembrie, Radu a achitat pentru utilizarea telefoniei mobile 22 lei, în ianuarie – 31 lei, iar în februarie – 20 lei. Cât achită Radu, în medie, lunar pentru telefonia mobilă? Rotunjiți rezultatul până la zecimi.

46. În diagramă sunt reprezentate cheltuielile familiei Ciobanu pentru produsele alimentare. Cât cheltuie, în medie, pe lună familia Ciobanu pentru acestea?





47. Reproduceți axa numerelor:



Determinați și indicați pe axa reprodusă originea acesteia, segmentul-unitate, coordonatele punctelor G, L, E, A, B, F .

48. Fie numerele: $5, 7; -7, 3; -\frac{3}{4}; 7\frac{1}{3}; -0,02$.

Scrieți:

- a) opusele acestor numere;
b) inversele acestor numere.

49. Fie mulțimea: $M = \left\{ -4\frac{2}{7}; -3, 4; -2; -1; -\frac{3}{5}; 0; \frac{9}{11}; 2\frac{1}{4}; 3, 75; 4 \right\}$.

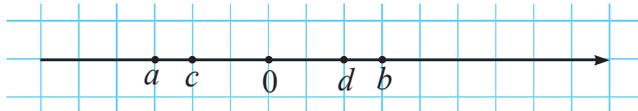
Determinați mulțimea A , $A \subset M$, dacă se știe că:

- a) $A \subset \mathbb{Z}$; b) $A \subset \mathbb{N}$; c) $A \subset \mathbb{Q}^*$; d) $A \subset \mathbb{Q}_+$; e) $A \subset \mathbb{Q}_-$.

50. Scrieți numerele în ordinea crescătoare a modulelor lor:

$$-3, 5; 0; -\frac{7}{9}; 0, 7; -0, 007; 1, 3.$$

51. Pe axa numerelor sunt reprezentate numerele a, b, c și d .



Completați cu semnul de comparație corespunzător:

$b \bullet d$; $c \bullet d$; $a \bullet c$; $a \bullet b$; $d \bullet 0$;
 $-a \bullet c$; $a \bullet 0$; $-b \bullet d$; $-b \bullet 0$; $0 \bullet -a$.



52. Aflați numărul rațional a , știind că:

- a) $|a| = 3, 1$; b) $|a| = \frac{5}{13}$; c) $|a| = 0$;
d) $|a| = 2, (3)$; e) $|a| = -1\frac{1}{3}$; f) $|a| = 0, 99$.

53. Reprezentați pe axă numerele care au modulul egal cu:

- a) $2, 5$; b) $\frac{1}{2}$; c) $3\frac{1}{4}$.

54. Reprezentați sub formă de număr zecimal periodic numărul:

- a) $\frac{43}{111}$; b) $\frac{37}{18}$; c) $2\frac{8}{15}$; d) $9\frac{2}{3}$.

55. Completați cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

- a) $-2 < \blacksquare < 2$; b) $0,86 < \blacksquare < 0,862$; c) $1,4 < \blacksquare < 1,5$;
 d) $-3,19 < \blacksquare < -3,18$; e) $\frac{2}{5} < \blacksquare < \frac{2}{3}$; f) $-\frac{1}{2} < \blacksquare < -\frac{1}{4}$.

56. Fie mulțimile $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1,2 \leq x \leq 3,7\}$ și $B = \left\{x \mid x \in \mathbb{Z}, -\frac{24}{11} < x < \frac{5}{13}\right\}$.
 Aflați:

- a) $A \cap B$; b) $A \cup B$.

57. Ordonăți crescător numerele: $0,466$; $\frac{7}{15}$; $0,4(63)$; $0,4637$; $0,(46)$.

58. Comparați numerele: a) $0,(545) \bullet \frac{6}{11}$;

b) $-2\frac{2}{9} \bullet -2,(212)$;

c) $-7\frac{8}{11} \bullet -7,(72)$.



59. Adevărat sau Fals?



a) Dacă $a > 2$, atunci $a > 0$, $a \in \mathbb{Q}$.

b) Dacă $a < 3$, atunci $a < 0$, $a \in \mathbb{Q}$.

c) Dacă $a > -10$, atunci $a < 0$, $a \in \mathbb{Q}$.

d) Dacă $-3,2 < a < -0,1$, atunci $a < 0$, $a \in \mathbb{Q}$.

Pentru propozițiile false, dați câte un exemplu care demonstrează că propoziția nu este adevărată.

60. Scrieți fiecare din numerele $-\frac{2}{3}$ și $-7,8$ ca sumă a două numere:

- a) negative; b) cu semne diferite.

61. Efectuați transformând termenii în numere zecimale:

- a) $-2\frac{1}{2} - 0,254$; b) $-\frac{3}{4} + 0,35$; c) $-4,39 + 4\frac{2}{5}$; d) $\frac{5}{8} - 1,1$.

62. Înlocuiți \star cu unul dintre semnele „+” sau „-” astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

- a) $(\star 0,9) + (\star 3,7) = -2,8$; b) $\left(\star \frac{2}{7}\right) + \left(\star \frac{8}{21}\right) = -\frac{2}{3}$.

63. Completați cu termenul omis astfel încât să obțineți o propoziție adevărată:

- a) $-2,3 + (-7,7) + \blacksquare = 0$; b) $\frac{5}{12} + \left(-\frac{3}{8}\right) + \blacksquare = 0$.

64. Aflați valoarea expresiei, dacă se știe că $a = -3,2$ și $b = 1,8$:

- a) $a + b$; b) $|a| + b$; c) $a + |b|$; d) $|a + b|$; e) $|a| + |b|$.

65. Comparați valorile expresiilor $|a| + |b|$ și $|a + b|$, dacă:

a) $a = -2,8$, $b = 1,3$; b) $a = -\frac{3}{4}$, $b = -\frac{1}{2}$; c) $a = 7,1$, $b = 4,8$.

Cum trebuie să fie numerele a și b astfel încât $|a + b| = |a| + |b|$?

66. Utilizând axa numerelor, aflați distanța dintre punctele A și B , dacă:

a) $A(-3,7)$, $B(-2,8)$; b) $A\left(\frac{2}{5}\right)$, $B\left(-\frac{1}{20}\right)$; c) $A(-0,3)$, $B(7,1)$.

67. Calculați în modul cel mai rațional:

a) $\frac{7}{16} - \frac{11}{42} - \frac{9}{16} + \frac{17}{42}$; b) $-3\frac{5}{11} + 1\frac{3}{8} + 2\frac{5}{6} - 4\frac{6}{11}$;
 c) $-1,23 + 2,14 + 7,38 - 5,77 + 1,62$; d) $-9,39 + 0,74 - 10,61 + 3,26 + 6,25$.

68. Desfaceți parantezele și efectuați operațiile:

a) $\left(-3\frac{5}{8} + 7,6\right) - \left(10,8 - 8\frac{3}{4}\right)$; b) $-\left(5\frac{4}{9} - 6\frac{5}{12}\right) + \left(-3\frac{2}{3} - \frac{5}{9}\right)$;
 c) $\left(4,8 - 5\frac{3}{14}\right) - \left(-4\frac{3}{35} + 4\frac{8}{35}\right)$; d) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right)$.

69. **Magia numerelor!**

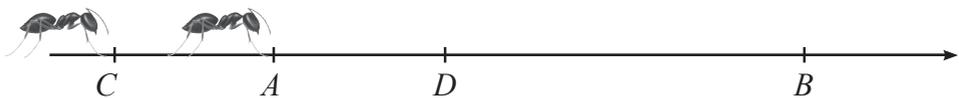
$5 + \frac{5}{4} = 5 \cdot \frac{5}{4}$; $3,5 + 1,4 = 3,5 \cdot 1,4$; $3 + 1,5 = 3 \cdot 1,5$.

Puteți găsi și alte perechi de numere cu aceeași proprietate?

70. Calculați utilizând metoda factorului comun:

a) $-4,8 \cdot 8,9 + 8,9 \cdot (-5,2)$; b) $-1,2 \cdot \left(-7\frac{9}{13}\right) - (-1,2) \cdot 2\frac{4}{13}$;
 c) $-2\frac{3}{7} \cdot 2\frac{4}{5} + \left(-2\frac{3}{7}\right) \cdot 4\frac{1}{5}$; d) $-32,3 \cdot 7\frac{10}{13} + 2\frac{3}{13} \cdot (-32,3)$.

71. Două furnici se deplasează pe axa numerelor. Prima furnică a parcurs distanța de la punctul $A(-7,2)$ la punctul $B(2,8)$ în 5 secunde, iar furnica a doua – distanța de la punctul $C(-10,1)$ la punctul $D(-4,1)$ în 2 secunde. Care dintre furnici s-a deplasat cu o viteză mai mare?



72. Efectuați:

a) $\left(-3\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-3\frac{3}{4}\right)$; b) $\left(5\frac{3}{8} - 7\frac{5}{27}\right) : \left(-3\frac{2}{3}\right)$; c) $1,8 \cdot \frac{2}{9} + 1,8 : \frac{2}{9}$.

73. Aflați valoarea expresiei:

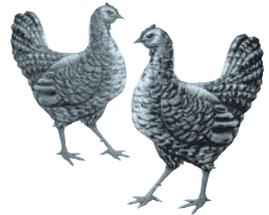
a) $\left(6,75 - 4,5 \cdot 1\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)^3$;

b) $\left(-\frac{5}{12} - \frac{13}{20}\right)^2 \cdot \left(-1\frac{13}{32}\right)$;

c) $\left(-\frac{11}{18} + \left(-2\frac{2}{9}\right) \cdot (-0,2)\right)^3 \cdot (-1,2)$.

74. Doi elevi ai echipei școlare de volei au câte 11 ani, trei elevi – câte 12 ani și un elev are 14 ani. Care este vârsta medie a membrilor echipei de volei?

75. Masa a patru pui este de 5,5 kg, iar masa altor șase pui – de 7,4 kg. Aflați masa medie a unui pui.



76. Vârsta medie a celor 11 jucători ai unei echipe de fotbal este de 22 de ani. În timpul unui meci, un jucător, faultând, a fost eliminat. Astfel, vârsta medie a coechipierilor săi rămași în joc a coborât la 21 de ani. Ce vârstă are fotbalistul eliminat?

77. Știind că a și b sunt numere raționale, determinați dacă sunt adevărate sau false propozițiile:

a) Dacă $a = b$, atunci $|a| = |b|$.

b) Dacă $|a| = |b|$, atunci $a = b$.

c) Dacă $a = -b$, atunci $|a| = |b|$.

d) Dacă $a = b$, atunci $|a| = b$.



78. Completați cu un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) $\frac{1}{3} < \blacksquare < \frac{1}{2}$;

b) $-\frac{1}{4} < \blacksquare < -\frac{1}{3}$.

79. Scrieți expresia $a + b - c - d$ sub formă de:

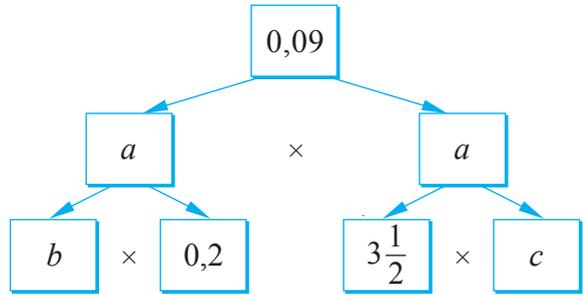
a) sumă în care $a + b$ este primul termen;

b) diferență în care $a + b$ este descăzutul.

80. Se știe că a, b, c sunt numere raționale negative nenule. Care este semnul valorii expresiei $ab - 100c$?

81. Câtul împărțirii a două numere este egal cu -1 . Care este suma acestor două numere?

82. Completați cu numere potrivite:



83. Ordonăți crescător valorile expresiilor:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2; (-1)^3; (-0,4)^2; \left(-2\frac{1}{2}\right)^2; \left(5\frac{7}{11}\right)^0; \left(-2\frac{1}{3}\right)^3; \left(-2\frac{1}{2}\right)^3.$$

84. Care este valoarea minimală posibilă pentru expresia:

a) $(a - 0,5)^2 - 7,2$; b) $4,3 + (x + 1,1)^4$?

85. Șapte spiriduși stau în jurul unui rug. Se știe că înălțimea fiecărui spiriduș este media aritmetică a înălțimilor vecinilor acestuia. Demonstrați că toți spiridușii au aceeași înălțime.



86. Înălțimea medie a celor cinci jucători ai unei echipe de baschet este de 2,04 m. După ce un jucător al echipei, cu înălțimea egală cu înălțimea medie a echipei, a fost înlocuit în timpul meciului, înălțimea medie a jucătorilor echipei a crescut la 2,08 m. Ce înălțime are jucătorul care a intrat în joc?



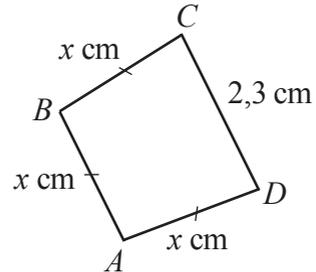
87. În Țara Liliputanilor, Gulliver era de 12 ori mai înalt decât un liliputan, iar în Țara Uriiașilor – de 12 ori mai scund decât un uriaș. Se poate oare afirma că înălțimea lui Gulliver este media aritmetică a înălțimilor unui liliputan și a unui uriaș?

§4 Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea \mathbb{Q}

Cercetăm și descoperim

1 Trei laturi ale patrulaterului $ABCD$ sunt congruente, iar lungimea laturii a patra este de 2,3 cm. Ce lungime are fiecare dintre cele trei laturi congruente, dacă perimetrul patrulaterului este egal cu 8 cm?

Rezolvare:



$$AB = BC = AD = x \text{ cm},$$

$$P = (3x + 2,3) \text{ cm}.$$

$$P = AB + BC + CD + AD$$

$$3x + 2,3 = 8 \quad \leftarrow \text{ecuație}$$

necunoscuta

termenul
necunoscut

suma

$$3x + 2,3 = 8$$

Pentru a afla termenul necunoscut, din sumă trebuie scăzut termenul cunoscut.

$$3x = 8 - 2,3$$

$$3x = 5,7$$

factorul
necunoscut

produsul

Pentru a afla factorul necunoscut, trebuie împărțit produsul la factorul cunoscut.

$$x = 5,7 : 3;$$

$$x = 1,9 \text{ (cm)}.$$

Răspuns: 1,9 cm.

2 Rezolvați în \mathbb{Q} ecuația:

a) $2 \cdot (0,5x + 1) = -7,2;$

c) $-\frac{2}{3} : x = \frac{1}{9}, \quad x \neq 0;$

b) $\frac{1}{5}x + \frac{4}{15}x = \frac{7}{30};$

d) $(3x - 1,8) : 2,4 = 3,2.$



Analizați și continuați

Rezolvare:

$$a) 2 \cdot \underbrace{(0,5x+1)}_{\substack{\text{factorul} \\ \text{necunoscut}}} = \underbrace{-7,2}_{\text{produsul}}$$

$$0,5x+1 = -7,2 : \square$$

$$\underbrace{0,5x+1}_{\substack{\text{termenul} \\ \text{necunoscut}}} = \underbrace{\square}_{\text{suma}}$$

$$0,5x = \square \ominus 1$$

$$\underbrace{0,5x}_{\substack{\text{factorul} \\ \text{necunoscut}}} = \underbrace{\square}_{\text{produsul}}$$

$$x = \square \ominus 0,5$$

$$x = \square$$

$$\text{Răspuns: } S = \{ \square \}.$$

$$c) \underbrace{-\frac{2}{3}}_{\substack{\text{deîmpărțitul} \\ \text{fițul}}} : \underbrace{x}_{\substack{\text{împărțitorul} \\ \text{necunoscut}}} = \underbrace{\frac{1}{9}}_{\text{câtul}}, x \neq 0$$

$$x = -\frac{2}{3} : \frac{1}{9}$$

$$x = -\frac{2}{3} \cdot \square$$

$$x = \square$$

$$\text{Răspuns: } S = \{ \square \}.$$

$$b) \frac{1}{5}x + \frac{4}{15}x = \frac{7}{30} \rightarrow$$

Scoatem factorul comun în afara parantezelor.

$$x \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{15} \right) = \frac{7}{30}$$

$$x \cdot \square = \frac{7}{30}$$

$$x = \square : \square$$

$$x = \square \cdot \square$$

$$x = \square$$

$$\text{Răspuns: } S = \{ \square \}.$$

$$d) \underbrace{(3x-1,8)}_{\substack{\text{deîmpărțitul} \\ \text{necunoscut}}} : \underbrace{2,4}_{\substack{\text{împărțitorul} \\ \text{câtul}}} = \underbrace{3,2}_{\text{câtul}}$$

$$3x-1,8 = -3,2 \cdot 2,4$$

$$\underbrace{3x}_{\substack{\text{descăzutul} \\ \text{necunoscut}}} - \underbrace{1,8}_{\substack{\text{scăzătorul}}} = \underbrace{\square}_{\text{diferența}}$$

$$3x = \square + 1,8$$

$$3x = \square$$

$$x = \square \ominus 3$$

$$x = \square$$

$$\text{Răspuns: } S = \{ \square \}.$$

Exerciții și probleme



1. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Q} ecuația:

a) $\frac{2}{3}x = 46;$

b) $x \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = 18;$

c) $1 - \frac{1}{5}x = 0,5;$

d) $\frac{1}{5}x - 1,3 = 1;$

e) $\frac{1}{3}x + 2 = \frac{2}{3};$

f) $5 - 2x = -2,6;$

g) $3,6 : x = 1,2;$

h) $2,3x + 1,2x = 7.$

2. Este oare numărul $\frac{1}{2}$ soluția ecuației:

a) $1,5 + x = 2$;

b) $2x - 3 = -2$;

c) $\left(2x + \frac{1}{3}\right) : 4 = \frac{1}{3}$;

d) $7,2 : x = 3,6$?

3. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Q} ecuația și efectuați verificarea:

a) $0,47x - 0,14x = 1,65$;

b) $(4x - 1) : 3 = -\frac{1}{3}$;

c) $\frac{7}{9}x - \frac{2}{3}x = 2$;

d) $-3 \cdot (2 - 15x) = -6$.

4. Compuneți și rezolvați o ecuație cu datele problemei:

a) Danu s-a gândit la un număr, apoi l-a adunat cu 2,7 și a obținut 12,3. La ce număr s-a gândit Danu?

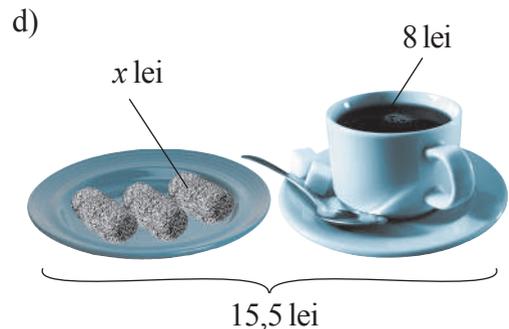
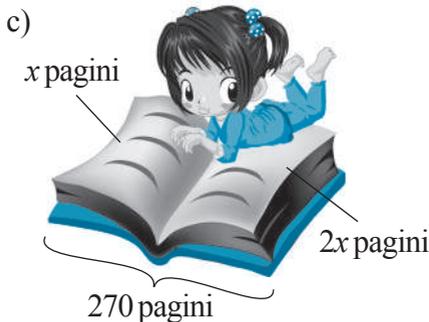
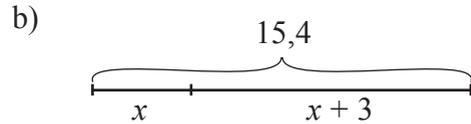
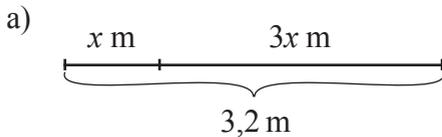
b) Ana s-a gândit la un număr, apoi l-a împărțit la 6 și a obținut $-\frac{2}{3}$. La ce număr s-a gândit Ana?

5. Reproduceți și completați tabelul:

$2x - 3$	-2	-1	0	1	2
x					



6. Compuneți și rezolvați o problemă în baza desenului:



7. O funie cu lungimea de $3\frac{5}{6}$ m a fost tăiată în două părți, astfel încât una dintre părți este cu o jumătate de metru mai lungă decât cealaltă. Aflați lungimea fiecărei părți.

8. Maria și Lucia au cules împreună 24,6 kg de căpșune. Maria a cules cu 4,6 kg mai puțin decât Lucia. Câte kilograme de căpșune a cules fiecare?



9. Pentru un televizor și un CD-player s-au plătit 5 076 lei. Cât costă CD-playerul, dacă se știe că el este cu 950 lei mai ieftin decât televizorul?
10. Perimetrul unui pătrat este cu $2\frac{1}{4}$ m mai mare decât lungimea laturii lui. Aflați aria pătratului.

11. Un fermier vindea la piață gogoșari de două ori mai scump decât ardei dulci. Cât costă un kilogram de gogoșari, dacă pentru 52 kg de gogoșari și 76,5 kg de ardei dulci vânduți fermierul a primit 1 083 lei?

12. Petru a parcurs $\frac{2}{5}$ din pârtie la ghețuș și, căzând, încă 8,4 m pe spate. Ce lungime are pârtia?



13. Elevii au fixat zilnic temperatura aerului în perioada 15 – 19 aprilie. Ei au constatat că temperatura medie în această perioadă a fost de 17,5 °C. Ce temperatură a fost pe 15 aprilie și pe 19 aprilie, dacă temperatura creștea zilnic cu 1,5 °C?



14. Micul Muck și Royal Skorokhod se întreceau la alergare pe o pistă cu lungimea de 30 km, plasată în jurul unui mare șes. Conform condițiilor competiției, va câștiga acel care îl va întrece pe adversar, alergând cu un tur de pistă mai



mult. Royal Skorokhod parcurge un tur de pistă în 10 min., iar Micul Muck – în 6 min. Ambii pornesc simultan din același punct, în aceeași direcție și fiecare aleargă în ritm uniform. Peste câte minute Micul Muck va câștiga competiția?



Să recapitulăm

1. Ce este o fracție? Ce este un număr mixt?
2. Ce tipuri de fracții cunoașteți? Care fracții se numesc echivalente?
3. Ce înseamnă a amplifica o fracție? Dar a simplifica?
4. Cum procedăm pentru a scoate întregii dintr-o fracție? Aduceți exemple.
5. Cum se adună două fracții cu același numitor? Dar cu numitori diferiți?
6. Cum se adună numerele mixte?
7. Ce are comun operația *scăderea fracțiilor* cu operația *adunarea fracțiilor*? Argumentați!
8. Cum se înmulțesc două fracții? Dar două numere mixte?
9. Are oare numărul 0 un invers? Care număr este invers cu el însuși?
10. Cum procedăm pentru a afla o fracție dintr-un număr?
11. Cum se află numărul după fracția dată?
12. Care sunt părțile componente ale unui număr zecimal?
13. Cum se compară două numere zecimale?
14. Cum se adună numerele zecimale? Cum se scad numerele zecimale?
15. Cum se înmulțesc două numere zecimale? Cum se ridică la putere cu exponent natural?
16. Ce tipuri de numere zecimale periodice cunoașteți? Dați exemple.
17. Formulați exemple de utilizare a numerelor zecimale în diverse domenii: fizică, biologie, istorie, geografie, economie etc.
18. Cum se transformă numerele zecimale periodice în fracții?
19. Explicați incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
20. Care sunt proprietățile modulului numărului rațional?
21. Ce forme de reprezentare a unui număr rațional cunoașteți?
22. Cum se adună numerele raționale? Cum se scad? Cum se înmulțesc? Cum se împart? Cum se ridică la putere cu exponent număr natural?
23. Ce proprietăți ale operațiilor cu numere raționale cunoașteți?
24. Cum se calculează media aritmetică a numerelor?
25. Formulați exemple de aplicare a mediei aritmetice în viața cotidiană.
26. Care este ordinea efectuării operațiilor și semnificația parantezelor în calcule cu numere raționale?
27. Ce înseamnă a rezolva o ecuație în mulțimea \mathbb{Q} ?

Exerciții și probleme recapitulative



1. Calculați:

a) $\frac{7}{12} + \frac{5}{18}$;

b) $\frac{15}{16} - \frac{3}{4}$;

c) $-\frac{3}{14} + \frac{2}{21}$;

d) $1\frac{3}{7} - \frac{2}{3}$;

e) $4,32 - 2\frac{1}{2}$;

f) $1\frac{1}{8} + (-1,15)$;

g) $\frac{9}{20} - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4}\right)$.

2. Calculați:

a) $1\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$;

b) $2\frac{1}{4} \cdot 3\frac{1}{3}$;

c) $-5\frac{5}{11} \cdot 2\frac{1}{5}$;

d) $-\frac{12}{13} \cdot \left(-\frac{26}{27}\right)$

e) $\frac{8}{15} : 5\frac{1}{3}$;

f) $-5\frac{5}{6} : \left(-3\frac{8}{9}\right)$;

g) $-4\frac{1}{8} : 2\frac{7}{16}$;

h) $\frac{7}{25} : 1,4$.

3. Aflați valoarea expresiei:

a) $\left|3\frac{1}{2}\right| - |-3,5| + \left|-2\frac{1}{3}\right| - \left|\frac{7}{3}\right|$;

b) $|-6,4| - \left|\frac{5}{8}\right| + |-0,625| - \left|\frac{32}{5}\right|$.

4. În curte creșteau 70 de trandafiri, $\frac{3}{14}$ dintre care erau de culoare roșie. Câți trandafiri de culoare roșie creșteau în curte?

5. 12 elevi din clasa a VI-a practică sportul. Câți elevi învață în această clasă, dacă cei care fac sport reprezintă $\frac{3}{8}$ din toți elevii clasei?

6. Completați casetele libere astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

a) : 0,07 = 5;

b) · 0,8 = 5,6;

c) 0,2 : = 4;

d) -6,1 · = 1,83;

e) -4,06 : = -0,203;

f) · 5,3 = -6,413.

7. Ordonăți crescător numerele și veți obține numele autorului următoarei maxime: „Nimeni n-a învățat să gândească citind gândurile altei persoane. Poți învăța să gândești doar gândind de sine stătător.”

1,(2) $-\frac{101}{100}$ $\frac{5}{4}$ -1,06 $(1,1)^2$ $\frac{2}{3}$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$

8. Calculați în modul cel mai eficient:

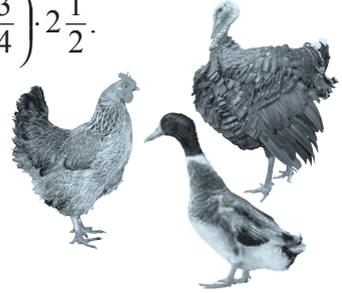
a) $\frac{3}{4} \cdot 1\frac{3}{5} + 1\frac{3}{5} \cdot 1\frac{3}{8} - 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{5}$;

b) $4\frac{1}{9} \cdot \frac{5}{8} + 3\frac{5}{9} \cdot \frac{5}{8} + 1\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8}$.

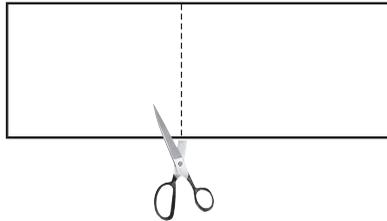
9. Aflați valoarea expresiei: a) $\left(16,5 - 13\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{6}{11} + 2,2 \left(\frac{8}{33} - \frac{1}{11}\right) + 3\frac{2}{11}$;

b) $\left(1\frac{1}{7} - \frac{23}{49}\right) : \frac{22}{147} - \left(0,6 : 3\frac{3}{4}\right) \cdot 2\frac{1}{2}$.

10. La o fermă de păsări cresc găini, rațe și curcani. Rațele reprezintă 0,42 din numărul tuturor păsărilor, iar curcanii reprezintă $\frac{9}{28}$ din numărul rațelor. Câte păsări erau în total la această fermă, dacă curcani erau 54?



11. O foaie de carton de formă dreptunghiulară, cu lungimea de 41,3 cm, trebuie tăiată în două dreptunghiuri de aceeași lățime astfel încât lungimea unuia dintre dreptunghiuri să fie cu 3,7 cm mai mare decât lungimea celuilalt. Ce lungime va avea fiecare dreptunghi?



12. Rezolvați în mulțimea \mathbb{Q} ecuația:

a) $|x| - 1,3 = 1,2$;

b) $15 - |x| = -9$;

c) $|x| + 3,7 = 7$;

d) $|x + 1,3| = 2$;

e) $|x - 0,16| = 0,16$;

f) $|2,6 - x| = 5,1$.



PENTRU CAMPIONI

13. Un turist parcurge distanța de la A la B și apoi revine în A în 3 ore 41 min. Drumul (vezi desenul) de la A la B conține trei porțiuni: un urcuș, o porțiune dreaptă de drum și un coborâș.



Turistul urcă cu viteza de 4 km/h, pe drumul drept se deplasează cu viteza de 5 km/h și coboară cu viteza de 6 km/h. Toată distanța de la A la B este de 9 km. Aflați distanța de la C la D .

Varianta I

1. Fie numerele:

$$2,3; \frac{2}{5}; -1,25; 1\frac{1}{4}; 2,5; 2, (3); -\frac{4}{5}.$$

a) Completați cu unul dintre semnele $<$, $=$, $>$ astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

$$2,3 \bigcirc 2,(3).$$

b) Scrieți numerele opuse.

c) Scrieți numerele reciproc inverse. Argumentați!

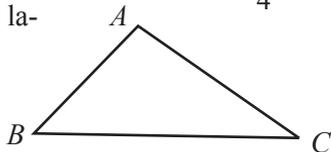
d) Aflați media aritmetică a numerelor: $\frac{2}{5}$; $-1,25$; $2,5$.

2. Calculați:

a) $6\frac{5}{8} + 1\frac{7}{12}$; b) $-\frac{11}{12} + \frac{7}{8}$;

c) $\left(-\frac{5}{16}\right) \cdot \frac{8}{25}$; d) $\frac{5}{7} : 1\frac{1}{14}$.

3. În triunghiul ABC , lungimea laturii AB este de $72,6$ m și reprezintă $\frac{3}{4}$ din lungimea laturii AC .



a) Aflați lungimea laturii AC .

b) Aflați lungimea laturii BC , dacă perimetrul triunghiului ABC este de 300 m.

c) Trei case noi sunt situate în vârfurile triunghiului ABC . Casa situată în vârful C este conectată la internet. Trebuie de tras cablul de la casa din C spre casele situate în A și B . Sunt posibile două variante: 1) prin segmentele CB și CA ; 2) prin segmentele CA și AB .

Care dintre variante este mai convenabilă? Câți metri de cablu pot fi economisiți?

Varianta II

1. Fie numerele:

$$3,6; \frac{5}{8}; 2,75; -2\frac{3}{4}; 1,6; 3, (6); 1,3.$$

a) Completați cu unul dintre semnele $<$, $=$, $>$ astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

$$3,6 \bigcirc 3,(6).$$

b) Scrieți numerele opuse.

c) Scrieți numerele reciproc inverse. Argumentați!

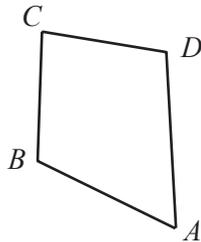
d) Aflați media aritmetică a numerelor: $-2\frac{3}{4}$; $1,6$; $1,3$.

2. Calculați:

a) $1\frac{8}{9} + 3\frac{4}{15}$; b) $-\frac{7}{16} + \frac{5}{24}$;

c) $\frac{12}{35} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$; d) $\frac{11}{12} : 1\frac{7}{15}$.

3. În patrulaterul $ABCD$, lungimea laturii AB este de $2,1$ km și reprezintă $\frac{7}{8}$ din lungimea laturii AD .



a) Aflați lungimea laturii AD .

b) Aflați lungimea laturii DC , dacă $BC = 1,8$ km și perimetrul patrulaterului este de $7,55$ km.

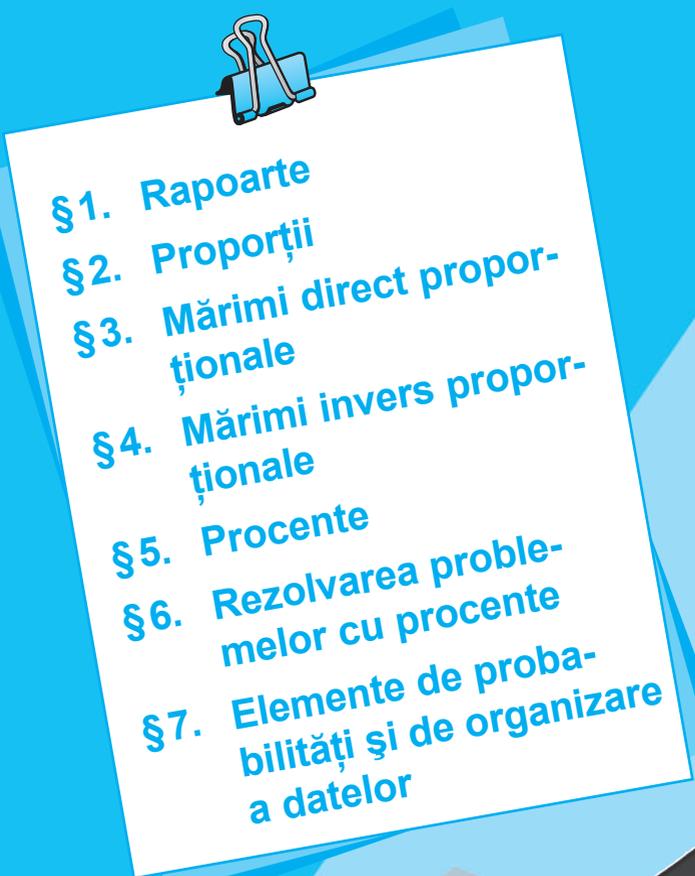
c) Ana locuiește în casa situată în vârful A , iar școala este situată în vârful C a patrulaterului $ABCD$. De acasă până la școală Ana se poate deplasa cu troleibuzul în două moduri: 1) de la stația din punctul A până la B și apoi de la B la C ; 2) de la A la stația din punctul D și apoi de la D la C .

Care dintre aceste două drumuri este mai scurt și cu câți kilometri?

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	33-32	31-29	28-26	25-20	19-15	14-11	10-8	7-5	4-3	2-0

RAPOARTE ȘI PROPORȚII

- 
- §1. Rapoarte
 - §2. Proporții
 - §3. Mărimi direct proporționale
 - §4. Mărimi invers proporționale
 - §5. Procente
 - §6. Rezolvarea problemelor cu procente
 - §7. Elemente de probabilități și de organizare a datelor

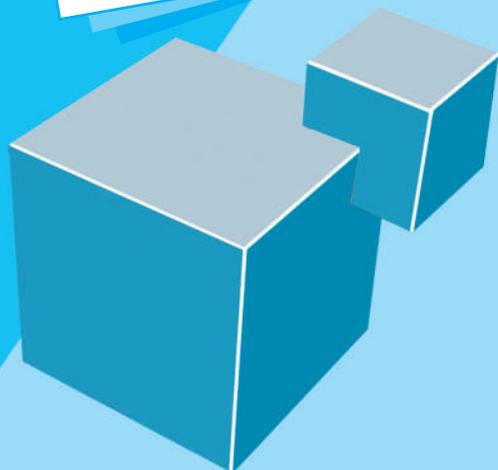
1

2

3

4

5



§1 Rapoarte



Ne amintim

1 Pentru a prepara dulceață din coacăză neagră, la 9 kg de fructe proaspete se pun 7,5 kg de zahăr.

a) Care este valoarea raportului dintre cantitatea de fructe și cea de zahăr?

b) Cât zahăr este necesar pentru 12 kg de coacăză?

Rezolvare:

a)

$$\begin{array}{c} \text{Raport} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{9}{7,5} = 1,2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{Termenii} \quad \text{Valoarea raportului} \\ \text{raportului} \end{array}$$

b) Fie x cantitatea de zahăr necesară.

Atunci $\frac{12}{x} = 1,2$. Prin urmare, $x = 12 : 1,2 = 10$ (kg).

Răspuns: a) 1,2; b) 10 kg.

• Care va fi valoarea raportului obținut după înmulțirea fiecărui termen al raportului $\frac{9}{7,5}$ cu 3?



Ne amintim

- ◆ Expresia $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere raționale, $b \neq 0$, se numește **raport**.
- ◆ **Valoarea raportului** $\frac{a}{b}$ este rezultatul împărțirii $a : b$.
- ◆ Două **rapoarte sunt egale** dacă valorile lor sunt egale.
- ◆ **A amplifica un raport** cu un număr nenul înseamnă a înmulți fiecare termen al raportului cu acest număr.
- ◆ **A simplifica un raport** cu un număr nenul înseamnă a împărți fiecare termen al raportului la acest număr.
- ◆ Amplificarea sau simplificarea unui raport nu schimbă valoarea lui.

Observație. Perechea de rapoarte $\frac{a}{b}$ și $\frac{b}{c}$, unde $a \in \mathbb{Q}$, $b, c \in \mathbb{Q}^*$, se notează mai scurt astfel: $a : b : c$. În acest caz se mai spune că numerele a , b și c se raportă ca $a : b : c$.

• *Adevărat sau Fals?*

- Orice fracție este un raport.
- Orice raport este o fracție.



Observăm și comentăm

2 Din 1,5457 tone de minereu se obțin 188,5 kg de cupru. Care este valoarea raportului dintre cantitatea de minereu și cantitatea de cupru obținută?

Rezolvare:

$$\frac{1545,7}{188,5} = 8,2$$

Răspuns: 8,2.

$$1,5457 \text{ t} = 1545,7 \text{ kg}$$

Rețineți!

Dacă valorile a două mărimi sunt exprimate în diferite unități de măsură, atunci, pentru a afla valoarea raportului dintre ele, mai întâi le vom exprima în aceeași unitate de măsură.

Aplicăm

• Aflați valoarea raportului dintre:

- a) 120 m și 800 cm; b) 600 kg și 300 g; c) 2 160 min. și 12 h.



Ne amintim

3 Examinați imaginea și stabiliți care metal prețios este mai greu: aurul sau argintul (ambele bucăți au formă de cuboid).

Aur

$$L = 5 \text{ cm}$$

$$l = 2 \text{ cm}$$

$$h = 1 \text{ cm}$$

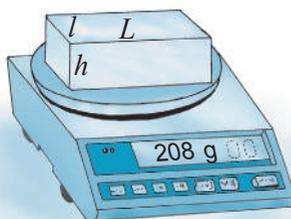


Argint

$$L = 5 \text{ cm}$$

$$l = 2 \text{ cm}$$

$$h = 2 \text{ cm}$$



Rezolvare:

① Calculăm volumele corpurilor:

$$V_{\text{Aur}} = 2 \cdot 5 \cdot 1 = 10 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

$$V_{\text{Argint}} = 2 \cdot 5 \cdot 2 = 20 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

② Calculăm cât cântărește 1 cm³ de metal, adică **densitatea** metalelor:

$$\text{Aur: } \frac{\text{Masa}}{\text{Volumul}} = \frac{193 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3} = 19,3 \text{ g/cm}^3 \leftarrow \text{Densitatea}$$

$$\text{Argint: } \frac{208 \text{ g}}{20 \text{ cm}^3} = 10,4 \text{ g/cm}^3$$

$$19,3 > 10,4$$

Răspuns: Aurul este mai greu decât argintul.

Rețineți!

- ◆ Raportul a două mărimi diferite este o nouă mărime. Valoarea lui este numită **raport unitar**.
- ◆ Raportul unitar dintre masa și volumul unui metal este **densitatea** acestuia și se notează cu litera grecească ρ (se citește „ro”).

$$\text{Densitatea } (\rho) = \frac{\text{Masa } (m)}{\text{Volumul } (v)}$$

- ◆ Raportul unitar dintre costul și cantitatea sau masa unui produs este **prețul** produsului.

$$\text{Prețul } (P) = \frac{\text{Costul } (c)}{\text{Masa } (m)}$$

- ◆ Raportul unitar dintre distanța parcursă de un corp și timpul parcurgerii acestei distanțe este **viteza** de mișcare a corpului.

$$\text{Viteza } (V) = \frac{\text{Distanța } (s)}{\text{Timpul } (t)}$$

Aplicăm

- Care este prețul zahărului, dacă 25 kg de zahăr costă 365 lei?
- Care este viteza medie a unui automobil, dacă acesta parcurge 385 km în 3 h 30 min.?

Exerciții și probleme



1. Calculați valoarea raportului:

a) $\frac{9}{1,6}$; b) $\frac{4,92}{1,23}$; c) $\frac{23,32}{8,8}$; d) $\frac{50,4}{7,2}$.

2. Amplificați cu 4 rapoartele de la exercițiul 1 și calculați valoarea rapoartelor obținute.

3. Restabiliți șirul de rapoarte egale:

a) $\frac{11}{2,2} = \frac{33}{\square} = \frac{\square}{3,3} = \frac{2,75}{\square} = \frac{\square}{0,44}$; b) $\frac{\square}{33,2} = \frac{20,7}{\square} = \frac{18}{8} = \frac{7,2}{\square} = \frac{\square}{0,32}$.

4. Calculați valoarea raportului dintre:

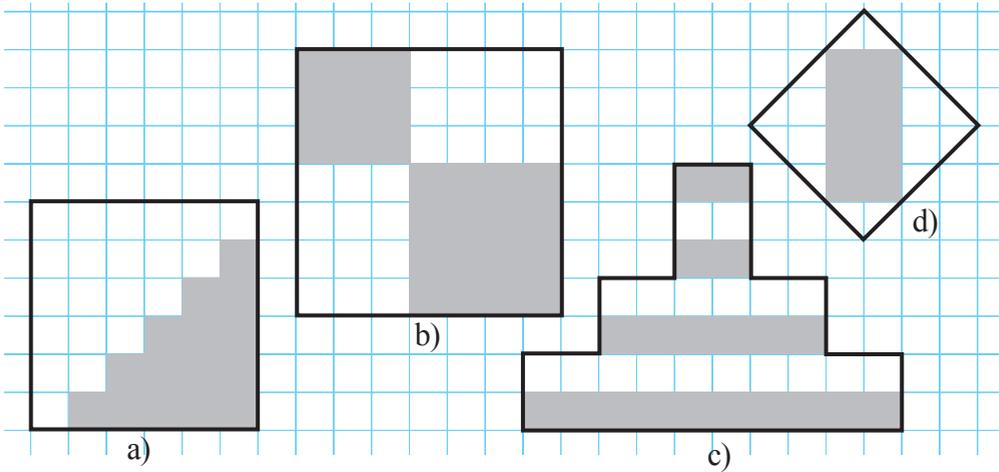
a) 3 kg și 150 g; b) 2,5 m și 125 mm; c) 6 h și 45 min.; d) 14 cm și 50 m.

5. Comparați rapoartele:

a) $\frac{7}{11}$ și $\frac{8}{11,5}$; b) $\frac{3,6}{0,6}$ și $\frac{10,2}{1,7}$; c) $\frac{9,6}{4,2}$ și $\frac{11,1}{5,2}$; d) $\frac{1}{7,8}$ și $\frac{2}{10,9}$.

6. Într-o clasă cu 32 de elevi sunt 12 băieți. Care este valoarea raportului dintre numărul de băieți și cel de fete?

7. Calculați valoarea raportului dintre aria părții colorate și a celei necolorate:



8. Cum se va schimba valoarea unui raport dacă unul dintre termeni se va mări de 3,5 ori? Cercetați ambele cazuri.

9. Care este densitatea unui corp cu: a) volumul de 3 cm^3 și masa de 12,42 g;
b) volumul de $0,07 \text{ m}^3$ și masa de 91 kg;
c) volumul de $8,4 \text{ m}^3$ și masa de 54,6 tone?

10. Care este prețul merelor, dacă pentru 3,5 kg s-au plătit 36 lei și 75 bani?

11. Calculați valoarea expresiei:

a) $\frac{3m+4n}{4n}$, dacă $\frac{m}{n} = 2,4$;

b) $\frac{5b}{5b-2a}$, dacă $\frac{a}{b} = 5$.

12. Aflați valoarea raportului dintre ariile a două dreptunghiuri cu dimensiunile de 2,5 cm, 4 cm și 3 cm, 6 cm.

13. Scrieți un raport a cărui valoare este:

a) 0,2; b) 1,4; c) 0,(7); d) 4,(5).

14. Care este viteza medie a trenului, dacă el a parcurs 1 050 km în 12 ore și 30 min.?

15. Punctul C aparține segmentului AB de 15 cm, astfel încât $\frac{AC}{BC} = 0,875$.
Aflați AC și BC .

16. Ce salariu lunar are domnul Moraru, dacă salariul său se raportează la coșul minim de consum de 1 760 lei ca 7 : 4?

17. Reprezentați numărul 459 ca sumă de 3 termeni care se raportează ca 1 : 2 : 6.

18. Reprezentați numărul 954 ca sumă de 3 termeni care se raportează ca 3 : 2 : 4.

§2 Proporții

Cercetăm și descoperim

1 Domnul Bănuț vrea să cumpere suc de fructe exotice, dar, neapărat, pe cel cu prețul mai mic. Observați datele din imagine și ajutați-l să aleagă.

Rezolvare:

$$750 \text{ ml} = 0,75 \text{ l}$$

Care preț este mai mic?
 $2 \text{ l} \quad \text{—} \quad 24 \text{ lei}$
 $0,75 \text{ l} \quad \text{—} \quad 9 \text{ lei}$

$$\text{Preț} = \frac{\text{Costul}}{\text{Cantitatea}}$$

$$\frac{24 \text{ lei}}{2 \text{ l}}$$



lei/l



$$\frac{9 \text{ lei}}{0,75 \text{ l}}$$



lei/l

Egalitatea $\frac{24}{2} = \frac{9}{0,75}$ este o **proporție**.

Rețineți!

- ◆ Egalitatea a două rapoarte se numește **proporție**.
- ◆ Cele patru numere care formează proporția se numesc **termeni ai proporției**.
- ◆ Termenii a și d ai proporției $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se numesc **extremi**, iar termenii b și c – **mezi**.

Citim: „ a se raportează la b la fel cum c se raportează la d ”.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$a : b = c : d$$

■ extremi

■ mezi

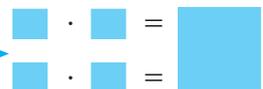
2 Comparați produsul extremilor cu produsul mezilor proporției:

a) $\frac{18}{6} = \frac{1,2}{0,4}$; b) $\frac{2,5}{5} = \frac{5}{10}$.

Rezolvare:

a) $\frac{18}{6} = \frac{1,2}{0,4} \rightarrow \begin{matrix} 18 \cdot 0,4 = \\ 6 \cdot 1,2 = \end{matrix} 7,2$

b) $\frac{2,5}{5} = \frac{5}{10} \rightarrow$



Rețineți!

Proprietatea fundamentală a proporției

Produsul extremilor proporției este egal cu produsul mezilor proporției, adică

dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, atunci $a \cdot d = b \cdot c$.

Aplicăm

3 Aflați termenul necunoscut al proporției $\frac{0,3}{0,2} = \frac{x}{40}$.

Rezolvare:

Conform proprietății fundamentale a proporției, $0,3 \cdot 40 = 0,2 \cdot x$.

Obținem: $x = \frac{0,3 \cdot 40}{0,2} = 60$.

Răspuns: $x = 60$.

4 a) Se poate oare alcătui o proporție cu numerele: 4, 36, 18, 8?
b) Dar cu numerele 16, 2, 4, 12?

Rezolvare:

1 Ordonăm crescător numerele:

a) 4, 8, 18, 36;

b) 2, 4, 12, 16.

2 Comparăm produsul dintre cel mai mare și cel mai mic număr cu produsul celorlalte două numere:

$$\begin{array}{ccc} \text{a) } 4 \cdot 36 & = & 8 \cdot 18 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 144 & = & 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{b) } 2 \cdot 16 & \neq & 4 \cdot 12 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 32 & \neq & 48 \end{array}$$

Răspuns: a) Da, putem obține, de exemplu,

b) Nu putem obține o proporție.

proporția $\frac{4}{8} = \frac{18}{36}$.

• Obțineți și alte proporții cu termenii 4, 8, 18, 36.

Rețineți!

Cu patru numere nenule, putem obține o proporție dacă și numai dacă produsul dintre cel mai mic număr și cel mai mare număr este egal cu produsul celorlalte două numere.

5 Scara unei hărți este $1 : 25\,000\,000$.
Ce distanță este între Chișinău și Varșovia, dacă, pe hartă, distanța dintre aceste orașe este de $3,5\text{ cm}$?



Scara hărții (sau a unui desen) exprimă raportul dintre orice lungime de pe hartă (sau desen) și lungimea corespunzătoare din realitate.

Rezolvare:

Fie x distanța căutată.

Scriem proporția:

$$\frac{1}{25\,000\,000} = \frac{3,5}{x}$$



$$x = 3,5 \cdot 25\,000\,000 \text{ (cm)} = 87\,500\,000 \text{ (cm)} = 875 \text{ (km)}.$$

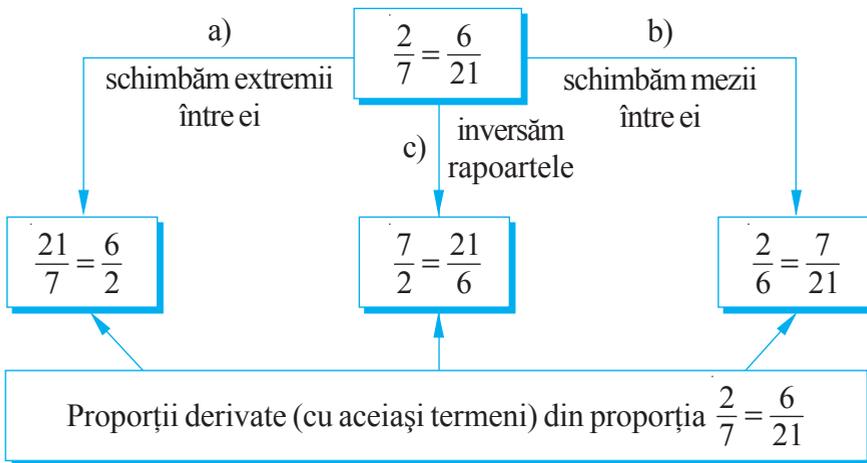
Răspuns: 875 km.

Deci, $1 : a$ semnifică faptul că, în realitate, orice lungime este de a ori mai mare decât pe hartă (sau desen).

6 Fie proporția $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$. Ce se obține dacă:

- schimbăm extremii între ei;
- schimbăm mezii între ei;
- inversăm rapoartele proporției?

Rezolvare:



• Observați regulile și obțineți proporții (cu unii termeni modificați) derivate din proporția $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$.

Egalăm un raport cu raportul obținut prin adunarea numărătorilor și a numitorilor:

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$$

Adunăm numărătorii la numitori: $\frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$

Adunăm numitorii la numărătorii: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Scădem numărătorii din numitori:

$$\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c} \quad (a < b)$$

Scădem numitorii din numărătorii:

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad (a > b)$$

Exerciții și probleme

1. Care sunt extremii și care sunt mezii proporției:

a) $\frac{4}{9} = \frac{2}{4,5}$; b) $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$; c) $\frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$; d) $\frac{7}{6} = \frac{21}{18}$?

2. Formați proporții cu rapoartele:

a) $\frac{1}{4}$, $\frac{0,3}{6}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{0,5}{10}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{0,3}{1,2}$, $\frac{10}{22,5}$, $\frac{1,5}{2}$,

b) $\frac{1,4}{0,2}$, $\frac{7}{0,28}$, $\frac{1,8}{6}$, $\frac{0,09}{0,3}$, $\frac{0,63}{0,09}$, $\frac{6}{1,8}$, $\frac{2}{0,08}$, $\frac{30}{9}$.

3. Scrieți o proporție în care valoarea fiecărui raport este:

a) 3; b) 5; c) 0,4; d) 1,5; e) $\frac{2}{3}$; f) $\frac{6}{5}$; g) 1.

4. Aflați termenul necunoscut al proporției:

a) $\frac{2}{x} = \frac{8}{4}$; b) $\frac{x}{27} = \frac{2}{3}$; c) $\frac{2}{5} = \frac{5}{x}$; d) $\frac{9}{0,8} = \frac{x}{1,6}$; e) $\frac{x}{4} = \frac{3}{10}$.

5. LUCRĂM ÎN PERECHI!



Ariciul formează proporții înmulțind sau împărțind numărătorul și numitorul unui raport cu un oarecare număr nenul. Formați și voi proporții pornind de la raportul:

$$\frac{2}{5} \begin{cases} \nearrow \frac{2 \cdot 0,5}{5 \cdot 0,5} = \frac{1}{2,5} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{1}{2,5} \\ \searrow \frac{2 : 0,4}{5 : 0,4} = \frac{5}{12,5} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{5}{12,5} \end{cases}$$



- a) $\frac{1}{10}$; b) $\frac{8}{5}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{0,6}{1,2}$.

6. Următoarele numere sunt termenii unei proporții. Scrieți proporția:

- a) $\boxed{6,2}$ $\boxed{6,4}$ $\boxed{6,08}$ $\boxed{5,89}$; b) $\boxed{37,8}$ $\boxed{21}$ $\boxed{44}$ $\boxed{79,2}$;
 c) $\boxed{1080}$ $\boxed{675}$ $\boxed{1240}$ $\boxed{1984}$; d) $\boxed{0,06}$ $\boxed{0,4}$ $\boxed{0,3}$ $\boxed{0,08}$.

• Câte soluții are problema?

7. Utilizând egalitățile produselor, formați proporții:

- a) $6 \cdot 16 = 48 \cdot 2$; b) $12 \cdot 12 = 18 \cdot 8$;
 c) $2,4 \cdot 5,8 = 3,48 \cdot 4$; d) $0,9 \cdot 0,27 = 0,81 \cdot 0,3$.

8. Există oare o proporție cu termenii:

- a) $\boxed{6}$ $\boxed{18}$ $\boxed{15}$ $\boxed{5}$; b) $\boxed{14}$ $\boxed{50}$ $\boxed{10}$ $\boxed{70}$;
 c) $\boxed{16}$ $\boxed{20}$ $\boxed{30}$ $\boxed{14}$; d) $\boxed{7,5}$ $\boxed{1,2}$ $\boxed{15}$ $\boxed{0,6}$;
 e) $\boxed{8}$ $\boxed{6}$ $\boxed{15}$ $\boxed{18}$?

9. Compania Gazprom a vândut timp de 24 de ore 9 700 000 barili de petrol obținând un venit de 523 800 000 \$, iar compania Parsoil a vândut în aceeași perioadă 6 400 000 barili de petrol încasând 345 600 000 \$.

a) Completați cu datele problemei astfel încât să obțineți o proporție:

$$\frac{523\,800\,000}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}};$$

b) Ce reprezintă valoarea fiecărui raport al proporției?

10. Fie d distanța pe hartă dintre localitățile A și B . Aflați distanța AB reală, dacă:
- $d = 15$ cm și scara hărții este $1 : 10\,000$;
 - $d = 6,5$ cm și scara hărții este $1 : 20\,000$;
 - $d = 8$ cm și scara hărții este $1 : 50\,000$;
 - $d = 5,5$ cm și scara hărții este $1 : 30\,000$.

11. Păstrând termenii, obțineți alte proporții din proporția:

a) $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$; b) $\frac{18}{12} = \frac{9}{6}$; c) $\frac{0,4}{1,6} = \frac{1,2}{4,8}$; d) $\frac{52}{65} = \frac{4}{5}$.

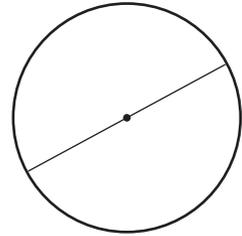
12. Calculați:

a) $15 + \frac{bc}{ad}$, dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

b) ac și bd , dacă $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = 2$ și $a \cdot b \cdot c \cdot d = 900$.

13. Valoarea raportului dintre lungimea cercului și diametrul lui este aproximativ egală cu $\frac{22}{7}$. Calculați (cu aproximație):

- lungimea cercului cu diametrul de 10 cm;
- lungimea cercului cu diametrul de 1 cm;
- diametrul cercului cu lungimea de 10 cm;
- raza cercului cu lungimea de 1 cm.



14. Demonstrați că dacă termenii unei proporții sunt numere naturale, atunci produsul lor este un pătrat perfect.

15. Măsurați și calculați lungimea reală:

a)



Scara $1 : 400$

b)



Scara $1 : 95$

16. Desenați, la scara $1 : 200$, unele obiecte care vă înconjoară.

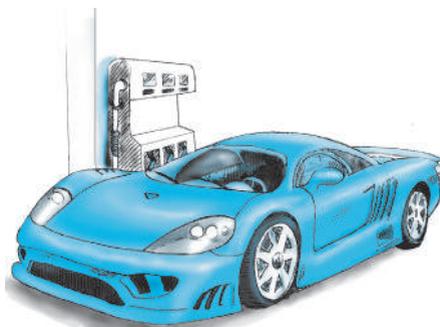
§3 Mărimi direct proporționale

Cercetăm și descoperim

1 Un litru de benzină costă 15,3 lei.
Cât costă: 10 l; 20 l; 15 l; 25 l de benzină?

Rezolvare:

Cantitatea de benzină (l)	Costul (lei)
a	b
$\times 10 \left(\begin{array}{l} 1 \\ 10 \\ 20 \end{array} \right) \times 15$ $\times 2 \left(\begin{array}{l} 15 \\ 25 \end{array} \right)$	$\times 10 \left(\begin{array}{l} 15,3 \\ 153 \\ 306 \end{array} \right) \times 15$ $229,5$...



• Continuați rezolvarea problemei.

2 Un melc se deplasează cu viteza medie de 0,15 m/min. Ce distanță va parcurge melcul în: 3 min.; 4 min.; 5 min.; 7 min.?

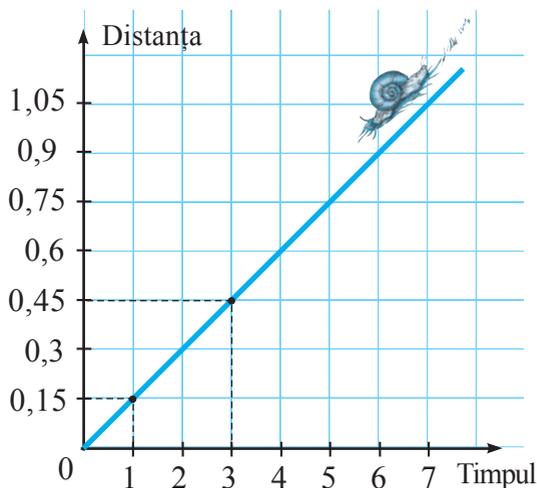
Rezolvare:

Metoda I

$V = 0,15 \text{ m/min.}$	
Timpul (min.)	Distanța (m)
t	s
$1 \left. \begin{array}{l} \times 3 \\ 3 \end{array} \right\}$ 3 4 ...	$0,15 \left. \begin{array}{l} \times 3 \\ 0,45 \end{array} \right\}$ 0,45



Metoda II



• Continuați rezolvarea utilizând schema.

- Ce distanță va parcurge melcul în 6 minute? Dar în 3,5 minute?
- Cum se schimbă distanța parcursă, dacă timpul crește: de 3 ori; de 4 ori; de 6 ori?
- Cum se schimbă valoarea raportului $\frac{s}{t}$?

Rețineți!

Mărimile a și b sunt **direct proporționale** dacă ele depind una de alta, astfel încât dacă a se mărește (se micșorează) de un număr de ori, atunci b se mărește (se micșorează) de același număr de ori.

Valoarea raportului $\frac{b}{a}$ nu se schimbă.

Prin urmare, cantitatea benzinei și costul ei sunt mărimi direct proporționale (când prețul este constant).

Timpul și distanța parcursă sunt mărimi direct proporționale (dacă viteza este aceeași).

3 O imprimantă tipărește în 3 min. 21 de pagini.
Câte pagini va tipări imprimanta în 10 min.?

Rezolvare:

① Organizăm enunțul în schemă:

↓	3 min.	—	21 de pagini	↓
↓	10 min.	—	x pagini	↓



② *Metoda I*

Regula de trei simplă (aplicată la mărimi direct proporționale)

Timpul și numărul de pagini sunt mărimi direct proporționale.

$$\frac{3}{10} = \frac{21}{x}$$

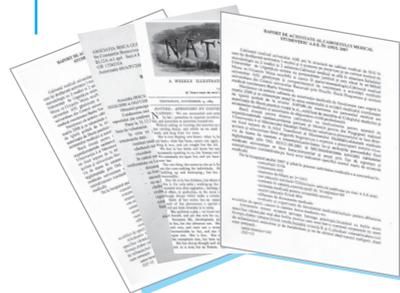
$$x = \frac{\quad}{\quad}$$

Metoda II

Metoda reducerii la unitate

$$1 \text{ min.} \text{ — } \frac{21}{\quad} = \quad \text{ pagini}$$

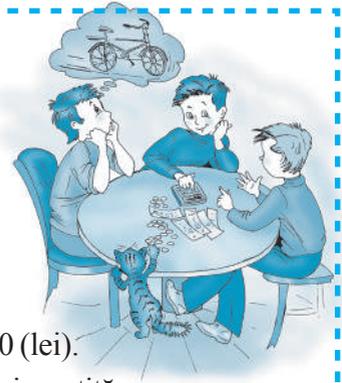
$$10 \text{ min.} \text{ — } \quad \cdot 10 \text{ pagini}$$



③ Răspuns: pagini.

VREȚI SĂ ȘTIȚI MAI MULT ?

4 Trei prieteni – Dănuț Leuș, Dumitraș Dolăraș și Andrei Plindeidei – au inițiat o afacere la care au participat respectiv cu următoarele sume (capitaluri): 1 600 lei, 2 000 lei, 1 800 lei. De pe urma afacerii, au câștigat 16 200 lei. Cum vor împărți ei banii?



Rezolvare:

Calculăm capitalul total: $1\,600 + 2\,000 + 1\,800 = 5\,400$ (lei).

Calculăm de câte ori câștigul este mai mare decât suma investită:

$$16\,200 : 5\,400 = 3 \text{ (ori).}$$

$$\text{Deci, } 1\,600 \cdot 3 = 4\,800 \longrightarrow \text{Dănuț}$$

$$2\,000 \cdot 3 = 6\,000 \longrightarrow \text{Dumitraș}$$

$$1\,800 \cdot 3 = 5\,400 \longrightarrow \text{Andrei}$$

Fiecare leu investit „a crescut” de 3 ori.

Observăm

$\frac{4\,800}{1\,600} = \frac{6\,000}{2\,000} = \frac{5\,400}{1\,800}$ este un șir de rapoarte egale.

$$3 = \frac{4\,800}{1\,600} = \frac{6\,000}{2\,000} = \frac{5\,400}{1\,800} = \frac{4\,800 + 6\,000 + 5\,400}{1\,600 + 2\,000 + 1\,800} = \frac{16\,200}{5\,400}.$$

Rețineți!

Dacă $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n} = k$, unde $k \neq 0$, atunci spunem că între șirurile

a_1, a_2, \dots, a_n și b_1, b_2, \dots, b_n există o **proporționalitate directă** și

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = k.$$

Prin urmare, între șirul sumelor investite în afacere (1 600 lei, 2 000 lei, 1 800 lei) și șirul sumelor care au revenit respectiv fiecărui prieten (4 800 lei, 6 000 lei, 5 400 lei) există o proporționalitate directă.

5 Împărțiți un segment de 18 cm în trei părți direct proporționale cu numerele 2, 3, 4.

Rezolvare:

Fie x, y, z șirul lungimilor căutate ($x + y + z = 18$).

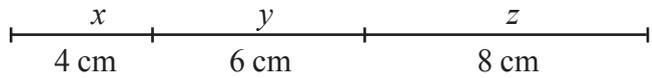
Atunci între şirurile x, y, z şi $2, 3, 4$ există o proporţionalitate directă.

$$\text{Deci, } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = \frac{x+y+z}{2+3+4} = \frac{18}{9} = 2.$$

Obţinem: $x = 4$ (cm),

$y = 6$ (cm),

$z = 8$ (cm).



Exerciţii şi probleme

1. Stabiliţi dacă mărimile a şi b din tabel sunt direct proporţionale.

a)

a	2	4	6	10	12
b	3	6	9	15	18

b)

a	0,2	0,6	1,8	3,2
b	5	15	50	80

c)

a	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$
b	20	40	45	48

d)

a	8	4,2	66	1
b	$\frac{4}{3}$	0,7	11	$\frac{1}{6}$

2. Completaţi tabelul:

a)

Numărul de saci cu făină	Greutatea (kg)
1	60
3	...
5	...
...	480
9	...
...	660

b)

Numărul de pâini	Costul (lei)
1	2,5
4	...
...	15
7	...
...	27,5
9	...

c)

Distanţa (km)	Consumul de benzină (l)
100	7
50	...
150	...
...	17,5
350	...
...	22,75

d)

Aria (m^2)	Consumul de vopsea (kg)
8	1
10	...
15	...
...	2,5
...	7,5
30	...



3. *Adevărat sau Fals?*



- a) Aria dreptunghiului este direct proporțională cu fiecare dintre lungimile laturilor lui.
 b) Perimetrul dreptunghiului este direct proporțional cu fiecare dintre lungimile laturilor lui.
 c) Aria și perimetrul unui dreptunghi sunt mărimi direct proporționale.
 d) Aria și lungimea laturii pătratului sunt mărimi direct proporționale.
4. Un tractor ară în 4 zile 49 de hectare. În câte zile tractorul va ara:
 a) 73,5 hectare; b) 122,5 hectare?
5. 5 l de ulei cântăresc 4 kg.
 a) Câte kilograme de ulei încap într-o căldare de 12 l? Dar într-un butoi de 180 l? Dar într-un pahar de 250 ml?
 b) Ce capacitate are un borcan cu 700 g de ulei? Dar un bidon cu 3 kg de ulei?
6. O pompă electrică scoate din fântână 30 l de apă în 12 secunde.
 a) În cât timp se va umple cu apă un butoi de 800 l? Dar de 1000 l?
 b) Câta apă scoate pompa în 10 secunde?
 Dar în 18 secunde? Dar în 2 minute?
7. Dana a copiat dintr-o carte de bucate lista produselor necesare pentru a pregăti 4 porții de salată „Gingășie”. Ce cantitate de produse va folosi Dana pentru 6 porții de salată? Dar pentru 10 porții?
8. a) În 100 g de coacăză neagră se conțin 250 mg de vitamina C. Câte grame de vitamina C se conțin în 2 kg de coacăză neagră?
 b) Norma zilnică de vitamina C pentru o persoană matură este de 0,05 g. Ce cantitate de coacăză neagră trebuie să consume o persoană pentru a asigura norma zilnică de vitamina C?
9. Titlul unui aliaj de două sau mai multe metale prețioase este numărul de grame de metal prețios într-un kilogram de aliaj. Ce cantitate de aur curat se conține într-o brățară de aur de 16 g cu titlul de: a) 585; b) 958?

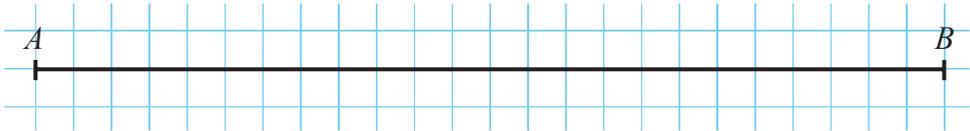
300 g de varză
 100 g de salam
 6 ouă
 100 g de șuncă
 80 g de maioneză
 2 cepe



10. Compuneți și rezolvați probleme după schema:

- a) 3,5 kg – 44,8 lei b) 12 costume – 44 m
 14,5 kg – ? lei 25 costume – ? m
 ? kg – 160 lei ? costume – 110 m

11. Din 40 l de lapte se obțin 15 kg de brânză.
- a) Câtă brânză se va obține din 100 l de lapte? Dar din 60 l?
- b) De cât lapte este nevoie pentru a obține 112,5 kg de brânză? Dar 22,5 kg?
12. Compuneți o problemă pe baza fiecărui tabel de la problema 2.
13. Împărțiți segmentul AB în 3 părți direct proporționale cu numerele:
- a) 6, 2, 4; b) 10, 9, 5.



14. a) Împărțiți numărul 4960 în părți direct proporționale cu numerele 8, 15, 17.
- b) Împărțiți numărul 9200 în părți direct proporționale cu numerele 1,75; 2,75; $3\frac{1}{6}$.

15. Determinați numerele x, y, z , știind că ele sunt direct proporționale cu 3, 4 și 5, iar $x + y = 35$.
16. Trei frați au primit moștenire 90 000 de dolari, pe care urmau să-i împartă conform testamentului astfel: primul – jumătate din cât va primi al doilea, al treilea – $\frac{3}{2}$ din cât va primi al doilea. Ce sumă i-a revenit fiecărui frate?



17. Media aritmetică a 4 numere este egală cu 34. Care sunt aceste numere, dacă se știe că sunt direct proporționale cu primele 4 numere naturale prime?

§4 Mărimi invers proporționale

Cercetăm și descoperim

1 Un cal de curse parcurge distanța de 40 km într-o oră. Aceeași distanță, un atlet o parcurge în 2 ore, un motociclist – în 30 min., iar un automobilist – în 20 min. Calculați viteza fiecăruia.

Rezolvare:

S = 40 km	
Timpul (h)	Viteza (km/h)
t	v
$\times 2 \left(\begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \right) : 2$	$: 2 \left(\begin{array}{l} 40 \\ 20 \end{array} \right) \times 2$
0,5	80
$\frac{1}{3}$...



40 km/h



20 km/h



80 km/h



□ km/h

20 min. = $\frac{1}{3}$ h

- Cum variază viteza dacă timpul: crește de 2 ori; descrește de 2 ori; descrește de 3 ori?
- Cum se schimbă produsul $t \cdot v$?

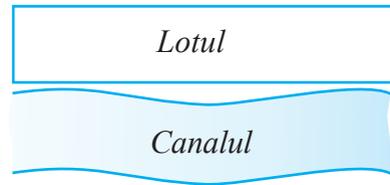
Rețineți!

Mărimile a și b sunt **invers proporționale** dacă ele depind una de alta, astfel încât dacă a se mărește (se micșorează) de un număr de ori, atunci b se micșorează (se mărește) de același număr de ori.

Valoarea produsului ab nu se schimbă.

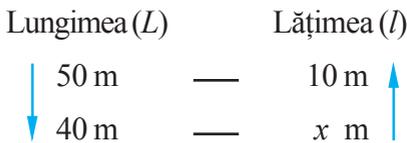
Prin urmare, timpul și viteza sunt mărimi invers proporționale (când distanța parcursă este aceeași).

2 Un fermier vrea să îngrădească cu plasă un lot de formă dreptunghiulară (de-a lungul unui canal cu apă). Inițial, hotărât să-l facă mai lung, a ales lungimea de 50 m și lățimea de 10 m. Văzând că nu-i ajunge plasă, s-a gândit că, dacă va micșora lungimea până la 40 m, perimetrul se va micșora suficient încât să-i ajungă plasa. Ce lățime are acum lotul, dacă aria lui a rămas aceeași?



Rezolvare:

① Organizăm enunțul în schemă:



Produsul lungimii (L) și lățimii (l) este aria (\mathcal{A}), care este constantă. Deci, L și l sunt mărimi invers proporționale.

Metoda I

② *Regula de trei simplă* (aplicată la mărimi invers proporționale)

$$\frac{50}{40} = \frac{x}{10} \rightarrow x = \frac{50 \cdot 10}{40} = 12.5 \text{ (m)}$$

Metoda II

② Calculăm aria:

$$\mathcal{A} = 50 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 500 \text{ m}^2.$$

③ Calculăm lățimea:

$$l = \frac{\mathcal{A}}{L} = \frac{500 \text{ m}^2}{40 \text{ m}} = 12.5 \text{ m}.$$

• Cu cât s-a micșorat lungimea gardului de plasă?

VRETI SĂ ȘTIȚI MAI MULT?

3 O echipă de muncitori a efectuat un lucru în 2 zile, a doua echipă a îndeplinit același lucru în 3 zile, iar a treia – în 4 zile. Câți muncitori erau în fiecare echipă, dacă în total erau 156 de muncitori și productivitatea fiecăruia era aceeași?

Rezolvare:

$$\left. \begin{array}{l} \text{I echipă} - x \text{ muncitori} \\ \text{a II-a echipă} - y \text{ muncitori} \\ \text{a III-a echipă} - z \text{ muncitori} \end{array} \right\} 156 \text{ de muncitori}$$

Un muncitor efectuează același lucru singur în $2x$ zile (sau $3y$ zile, sau $4z$ zile).

Obținem: $2x = 3y = 4z$.

Împărțim la c.m.m.m.c. $(2, 3, 4) = 12$ fiecare egalitate:

$$\frac{x}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z}{3} = \frac{x+y+z}{6+4+3} = \frac{156}{13} = 12.$$

Obținem: $\frac{x}{6} = 12 \quad \rightarrow \quad x = 72 \text{ (m)}$

$\frac{\blacksquare}{4} = \blacksquare \quad \rightarrow \quad y = \blacksquare \text{ (m)}$

$\frac{\blacksquare}{3} = \blacksquare \quad \rightarrow \quad z = \blacksquare \text{ (m)}$

Răspuns: 72 de muncitori în I echipă, \blacksquare de muncitori în echipa a II-a,
 \blacksquare de muncitori în echipa a III-a.

Observăm că $2 \cdot 72 = 3 \cdot 48 = 4 \cdot 36 = 144$. Spunem că șirul de numere 2, 3, 4 este invers proporțional cu șirul de numere 72, 48, 36.

Rețineți!

Șirurile de numere a_1, a_2, \dots, a_n și b_1, b_2, \dots, b_n sunt **invers proporționale** dacă $a_1 b_1 = a_2 b_2 = \dots = a_n b_n$.

Observăm

Dacă șirurile a_1, a_2, \dots, a_n și b_1, b_2, \dots, b_n sunt direct (invers) proporționale, atunci șirurile a_1, a_2, \dots, a_n și $\frac{1}{b_1}, \frac{1}{b_2}, \dots, \frac{1}{b_n}$ sunt invers (direct) proporționale.

Exerciții și probleme

1. Decideți dacă mărimile a și b din tabel sunt invers proporționale:

a)

a	14	210	7	4	33,6
b	12	0,8	24	42	5

b)

a	1	3	5	7	9
b	11	9	7	5	3

c)

a	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2
b	32	16	8	4	2

d)

a	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	0,5	$\frac{5}{8}$	1,25
b	$\frac{5}{6}$	$\frac{15}{8}$	2,5	2	1

2. Completați tabelul:

a)

Suma = 2 520 lei	
Numărul de persoane	Suma ce revine unei persoane
5	504
8	...
...	630
...	360
14	...
28	...

b)

Suma = 187,5 lei	
Prețul (lei/kg)	Cantitatea (kg)
7,5	25
...	5
15	...
3,75	...
...	3
31,25	...

c)

Masa (m) = 800 kg	
Densitatea (kg/m^3)	Volumul (m^3)
1 000	0,8
125	...
160	...
400	...
...	1,6
...	1,28

d)

Cantitatea de benzină = 20 l	
Consumul (l) la 1 km	Distanța (km)
0,1	200
0,05	...
0,16	...
...	250
...	50
0,25	...



3. Adevărat sau Fals?



- Numărul de robinete identice prin care se umple cu apă un bazin este invers proporțional cu timpul necesar pentru umplerea bazinului.
- Numărul de eminenți dintr-o clasă este invers proporțional cu numărul celorlalți elevi din clasă.
- Într-un produs de doi factori, aceștia sunt invers proporționali.
- Cantitatea de must consumată dintr-un butoi este invers proporțională cu cantitatea rămasă.

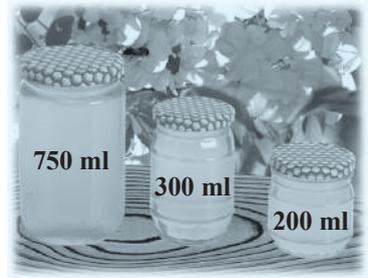
- Un biciclist a parcurs o distanță timp de 4 h cu viteza medie de 24 km/h. Cu ce viteză medie trebuia să se deplaseze biciclistul pentru a parcurge aceeași distanță în 3 h?
- 8 combine pot cosi grâul de pe un lan în 6 zile. În câte zile pot cosi grâul de pe acest lan 12 combine?
- 10 muncitori pot executa o lucrare în 9 zile. De câți muncitori este nevoie pentru a executa lucrarea în 6 zile?

7. 6 persoane pot săpa un șanț în 8 h.
 a) În cât timp pot săpa acest șanț 4 persoane? Dar 12 persoane? Dar o persoană?
 b) De câte persoane este nevoie pentru a săpa șanțul în 3 h? Dar în 16 h? Dar într-o oră?
8. Un robinet umple un bazin de 1000 l în 40 min. În câte minute vor umple bazinul:
 a) 4 robinete;
 b) 6 robinete?



9. Prisăcarul Miereaș și-a turnat mierea în 60 de borcane a câte 250 ml. De câte borcane ar fi avut el nevoie dacă o turna în borcane de:

- a) 200 ml;
 b) 750 ml;
 c) 300 ml?



10. O zi are 24 de ore, iar o oră – 60 de minute. Considerând numărul total de minute același, câte minute ar avea o oră dacă ziua ar avea:
 a) 30 de ore? b) 32 de ore? c) 20 de ore?
11. Dana și-a aranjat cărțile bibliotecii personale pe 24 de rafturi, câte 30 de cărți pe fiecare raft. De câte rafturi ar fi avut ea nevoie dacă aranja câte 36 de cărți pe raft?
12. O pompă cu capacitatea de 12 l/min. umple un vas în 4 min. În cât timp va umple vasul o pompă cu capacitatea de 10 l/min.?
13. Compuneți și rezolvați o problemă după fiecare schemă:

a)	9 lei/kg	–	10 kg
	6 lei/kg	–	? kg
	? lei/kg	–	18 kg

b)	40 km/h	–	9 h
	60 km/h	–	? h
	? km/h	–	12 h

c)	30 saci	–	60 kg/sac
	? saci	–	45 kg/sac
	12 saci	–	? kg/sac

d)	30 trepte	–	20 cm/treaptă
	? trepte	–	25 cm/treaptă
	15 trepte	–	? cm/treaptă

14. Un tractor, un autobuz și un autoturism au parcurs fiecare câte 180 km.

a) Completați tabelul:

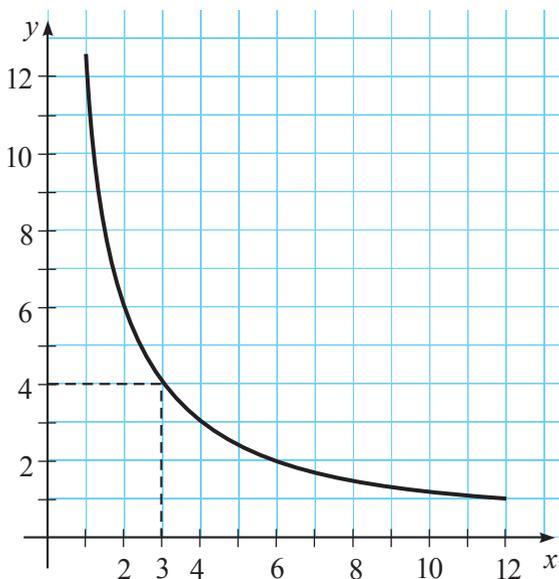
	Tractor	Autobuz	Autoturism
Viteza	30 km/h		
Timpul		3 h	2 h

b) Sunt oare viteza și timpul mărimi invers proporționale?

c) Formulați alte exemple de mărimi invers proporționale din diverse domenii.

15. Următoarea schemă reprezintă dependența dintre mărimile x și y .

De exemplu, dacă $x = 3$, atunci $y = 4$.



a) Scrieți formula care exprimă această dependență.

b) Ce fel de mărimi sunt x și y ?

c) Treceți datele din schemă într-un tabel de forma:

x	1	2	3	4	...
y	12	?	4	?	...

16. Construiți o schemă ca cea de la problema 15 pentru dependența $y = \frac{8}{x}$.

17. Dan parcurge una și aceeași distanță în 3 h, iar Nelu – în 2 h. Pornind unul în întâmpinarea celuilalt, ei s-au întâlnit în momentul în care Nelu parcursesese 7 km 200 m. Ce distanță a parcurs Dan până la întâlnire?

§5 Procente

Cercetăm și descoperim

1 Care sunt mai buni?



În clasa noastră sunt 8 elevi eminenți, iar în clasa voastră – doar 7. Deci, noi suntem mai buni!

Nu-i adevărat! Voi sunteți în total 25 de elevi, iar în clasa noastră sunt doar 20 de elevi!



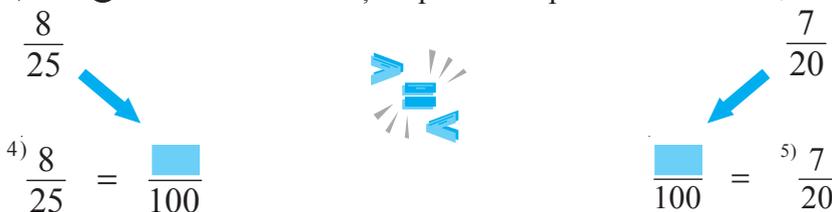
Spuneți, cine are dreptate: Ștefan sau Doina?

① Ce parte din toți elevii clasei o constituie eminenții?

$$\begin{array}{c} 8 \text{ din } 25 \\ \downarrow \\ \frac{8}{25} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 7 \text{ din } 20 \\ \downarrow \\ \frac{7}{20} \end{array}$$

② În ce clasă eminenții reprezintă o parte mai mare?



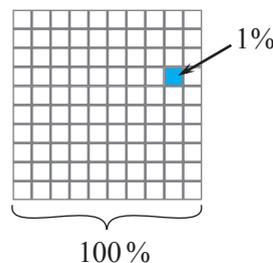
Deoarece $\frac{\quad}{100} > \frac{\quad}{100}$, rezultă că $\frac{8}{25} > \frac{7}{20}$. Deci, Ștefan are dreptate.

Raportul $\frac{32}{100}$ se mai scrie 32% și se citește „32 de procente” sau „32 la sută”.

Rețineți!

Raportul de forma $\frac{p}{100}$ se mai scrie $p\%$, se citește „ p procente” sau „ p la sută” și se numește **raport procentual**. Cuvântul *procent* provine de la cuvintele latine *pro centum* și semnifică „împărțit la o sută”. Deci, un procent înseamnă „a suta parte”:

$$1\% = \frac{1}{100}$$



Exemplu:

Un procent din 10 lei reprezintă suma de 10 bani.

Procentele pot fi ușor transformate în rapoarte sau numere zecimale și invers.

Exemple:

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

$$40\% = \frac{40}{100} = 0,4$$

$$\frac{1}{8} = \frac{12,5}{100} = 12,5\%$$

$$0,18 = \frac{18}{100} = 18\%$$

Se poate mai simplu:

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{8} \cdot 100\% = 12,5\%,$$
$$0,18 = 0,18 \cdot 100\% = 18\%.$$



Rețineți!

Pentru a transforma un raport (sau un număr zecimal) în procente, înmulțim valoarea lui cu 100 %.

2 Câte procente reprezintă 40 cm din 2 m?

Rezolvare:

Exprimăm mai întâi lungimile în aceeași unitate de măsură: 2 m = cm.

$$\frac{40}{\text{input}} \cdot 100\% = \text{input}\%$$

Răspuns: 40 cm reprezintă % din 2 m.

Rețineți!

Pentru a afla câte procente (p) reprezintă un număr n dintr-un alt număr m , înmulțim valoarea raportului $\frac{n}{m}$ cu 100 %:

$$p = \frac{n}{m} \cdot 100\%.$$

DIN ISTORIE...

Procentele erau utilizate de indieni încă în secolul al V-lea. Acest fapt este firesc, deoarece în India, încă pe atunci, era cunoscut sistemul zecimal de numerație. În Europa, numerele zecimale au apărut doar în secolul al XVI-lea, fiind introduse de matematicianul olandez Simon Stevin (1548–1620).

Uneori, dacă se dorește o măsurare mai precisă, în loc de procente se lucrează cu miimi. O miime este fracția $\frac{1}{1000}$ și se notează 1 ‰.

Astfel, 0,1 ‰ = 1 ‰ și se citește „o promilă”.

Procentele se utilizează îndeosebi în business, operații bancare, financiare etc.

Promilele se utilizează în industria farmaceutică și în alte ramuri, unde sunt necesare calcule cu o exactitate sporită.

Exerciții și probleme



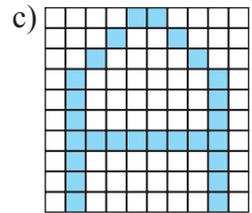
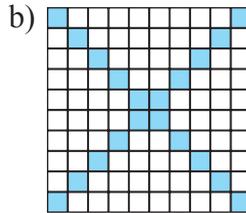
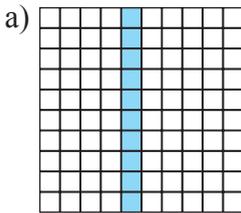
1. Citiți: 11% , $4,8\%$, $\frac{5}{100}$, $\frac{9,4}{100}$.

2. Scrieți cu cifre:

- a) cincisprezece la sută;
c) doi virgulă trei la sută;

- b) șaizeci de procente;
d) trei zecimi procente.

3. Câte procente din tot desenul reprezintă pătrățelele colorate?



4. Desenează pe caiet un pătrat cu latura de 10 pătrățele. Colorează:

- a) 25% din el; b) 12% din el; c) $6,5\%$ din el; d) 100% din el.

5. Câte procente reprezintă:

- a) o jumătate; b) un sfert; c) trei sferturi;
d) o zecime; e) o jumătate de sutime; f) o miime?

6. a) 38% din elevii unei clase sunt băieți. Câte procente din elevii clasei sunt fete?
b) Mierea conține 17% apă. Câte procente din miere reprezintă masa uscată?
c) Dacă la $1,11\%$ din copii nu le place înghețata, atunci câte procente din copii preferă acest deliciu?

7. Transformați în procente:

- a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{2}{5}$;
e) $\frac{12}{25}$; f) $\frac{9}{20}$; g) $\frac{1}{200}$; h) $\frac{27}{50}$;
i) $\frac{3}{400}$; j) $1\frac{3}{4}$; k) $1\frac{1}{2}$; l) $\frac{3}{8}$.

Model:

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$$

8. Transformați numărul zecimal în procente:

Model:

$$0,24 = \frac{24}{100} = 24\%;$$

$$2,17 = \frac{217}{100} = 217\%.$$

- a) 0,04; b) 0,5; c) 0,25;
d) 0,97; e) 1,01; f) 2,23;
g) 0,204; h) 6,791; i) 0,(3);
j) 0,(6); k) 5,123; l) 1.

9. Transformați procentele în fracție ireductibilă:

- a) 75%; b) 40%; c) 24%;
 d) 100%; e) 50%; f) 60%;
 g) 15%; h) 5%; i) 150%;
 j) $\frac{1}{2}$ %; k) $\frac{1}{4}$ %; l) $\frac{3}{4}$ %; m) 220%.

Model:

$$48\% = \frac{48}{100} = \frac{12}{25};$$

$$\frac{1}{5}\% = 0,2\% = \frac{0,2}{100} = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500}.$$

10. Transformați procentele în număr zecimal:

- a) 3%; b) 7%;
 c) 18%; d) 44%;
 e) 0,9%; f) 0,25%;
 g) 39,4%; h) 62,1%;
 i) 41,59%; j) 56,48%.

Model:

$$14\% = \frac{14}{100} = 0,14;$$

$$16,5\% = \frac{16,5}{100} = 0,165;$$

$$301,19\% = 3,0119.$$

11. Reproduceți și completați tabelul:

Număr zecimal	0,26		0,49			7,82	
Procente	26%	69%			143%		
Fracție ireductibilă	$\frac{13}{50}$			$\frac{4}{25}$			$\frac{2}{3}$



12. Câte procente reprezintă:

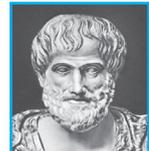
- a) 22 kg din 100 kg; b) 20 m din 50 m; c) 15 min. dintr-o oră;
 d) 75 bani din 2 lei; e) 6 mm din 12 m; f) 3 l din 300 l;
 g) 0,4 kg din 500 g; h) 120 min. din 2 ore; i) 6 secunde dintr-o oră?

13. Decodificați numele unuia dintre cei mai mari filozofi din Antichitate.

Codul



L	S	R	T	A	O	I	E				S						
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{50}$	10%	25%	4%	50%	20%	5%	20%	2%	100%	



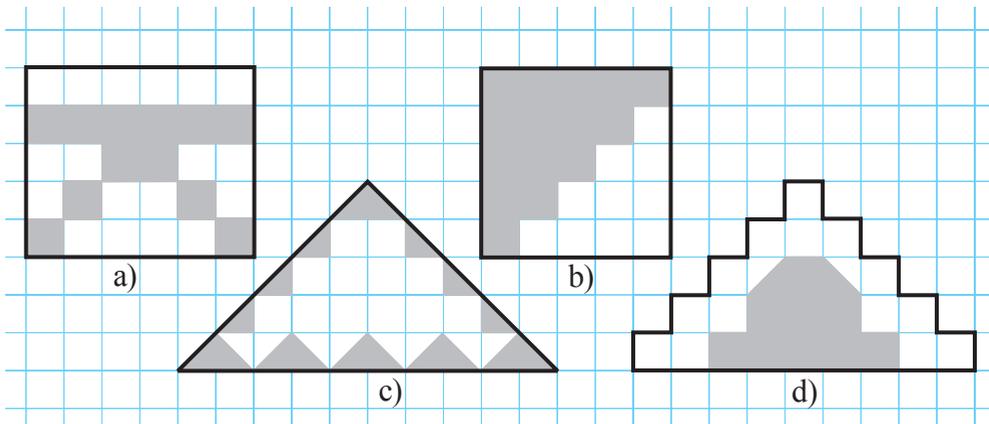
14. Aproximați la un număr întreg de procente:

- a) $\frac{1}{6}$; b) $\frac{1}{3}$; c) $\frac{2}{9}$;
 d) $\frac{3,5}{8}$; e) $\frac{2}{6,6}$; f) $\frac{5}{7}$.

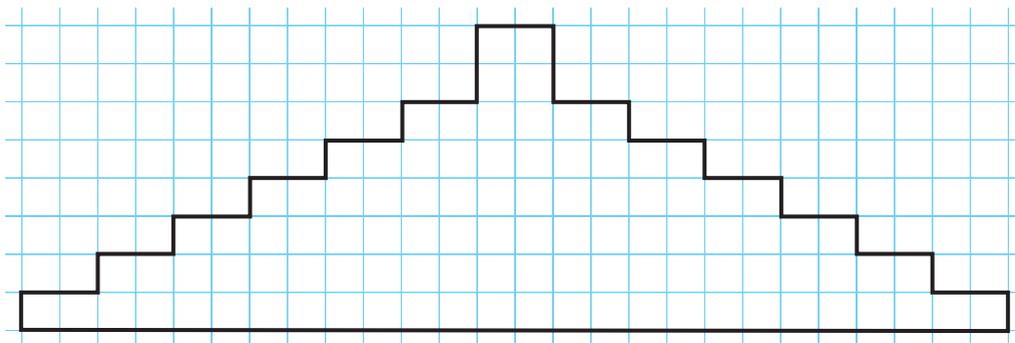
Model:
 $\frac{2}{3} = 0,(\overline{6}) \approx 67\%$;
 $\frac{3}{11} = 0,(27) \approx 27\%$.

15. Câte procente din perimetrul unui pătrat reprezintă lungimea laturii lui?

16. Câte procente din toată suprafața este colorată?



17. Reproduceți figura și colorați 16% din suprafața ei.



18. Scrieți în ordine crescătoare:

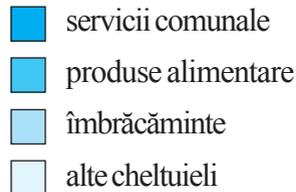
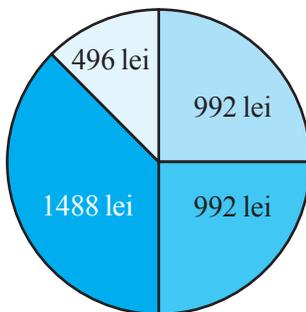
- a) 0,76; 34%; $\frac{3}{4}$; 74%; 0,36;
 b) 133%; $\frac{4}{3}$; 1,34; $1\frac{1}{4}$; 124%.

19. Prețul unei călătorii cu maxi-taxiul a crescut de la 2 la 3 lei.
 Cu câte procente a crescut prețul călătoriei?

20. Venitul lunar al unei familii a fost cheltuit conform diagramei alăturată.

a) Câte procente din venitul lunar reprezintă cheltuielile pentru serviciile comunale?

b) Câte procente din cheltuielile pentru produse alimentare reprezintă cheltuielile pentru servicii comunale? Dar pentru îmbrăcăminte?



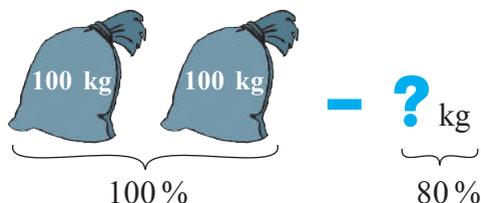
21. La alegerile președintelui „Parlamentului copiilor” al unei școli, 112 elevi au votat pentru Nelu Vulpe, 336 de elevi – pentru Victoria Bunu, iar restul, 224 de elevi, – pentru Monica Rusu. Alegerile sunt validate dacă pentru un candidat votează cel puțin 40 % din alegători.

a) Determinați dacă au fost validate alegerile?

b) Reprezentați rezultatele printr-o diagramă circulară (ca cea de la problema 20).

§6 Rezolvarea problemelor cu procente

1 La măcinarea grâului se obține 80 % de făină, restul fiind țărâțe. Ce cantitate de făină se obține din 200 kg de grâu?



Rezolvare:

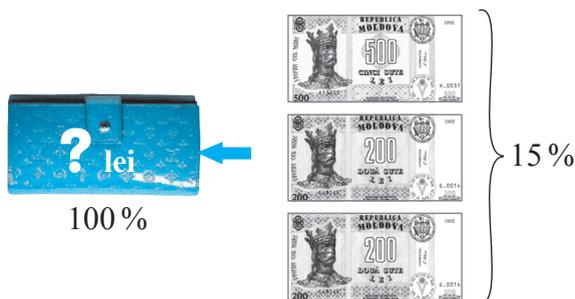
$$80\% \text{ din } 200 \text{ kg de grâu reprezintă } \frac{80}{100} \cdot 200 = \text{■} \text{ (kg).}$$

Răspuns: ■ kg.

Cum aflăm $p\%$ dintr-un număr dat n ?

Calculăm numărul $\frac{p}{100} \cdot n$.

2 15 % din venitul lunar al unei familii reprezintă 900 lei. Care este venitul lunar al acestei familii?



Rezolvare:

Metoda I

Reducerea la unitate

Dacă 15 % din **venit** reprezintă 900 lei, atunci 1 % din **venit** reprezintă

$$900 \text{ lei} : 15 = 60 \text{ lei.}$$

Deci,

$$\text{venitul} = 100 \cdot \text{■} \text{ lei} = \text{■} \text{ lei.}$$

Răspuns: ■ lei.

Metoda II

Regula de trei simplă

$$\begin{array}{ccc} \downarrow 15\% & \text{—} & 900 \text{ lei} \downarrow \\ \downarrow 100\% & \text{—} & x \text{ lei} \downarrow \end{array}$$

$$\frac{15}{100} = \frac{\text{■}}{\text{■}}$$

$$x = \frac{100 \cdot \text{■}}{\text{■}} = \text{■} \text{ (lei).}$$

Cum aflăm numărul, știind că m reprezintă $p\%$ din el?

Calculăm numărul $\frac{100}{p} \cdot m$.

3 Onorariul interpretului de muzică ușoară Doremică reprezintă 20% din venitul obținut de o casă de discuri în urma vânzării discurilor lui. 15% din onorariu sunt impozitate. Ce procent din venitul total reprezintă impozitul?



Rezolvare:

Onorariul $\rightarrow 20\% = \frac{20}{100}$ din venitul total.

Impozitul $\rightarrow 15\% = \frac{15}{100}$ din onorariu,

adică $\frac{15}{100} \cdot \frac{20}{100} = \frac{\square}{\square} = \square\%$ din venit.

Răspuns: $\square\%$.

Cum aflăm $q\%$ din $p\%$?

Calculăm $\frac{q \cdot p}{100}\%$.

4 De la 1 aprilie, salariul domnului Moraru a crescut cu 20%. Ce salariu are acum domnul Moraru, dacă până la 1 aprilie el constituia 2400 lei?

Rezolvare:

Cu cât a crescut salariul?

$\frac{20}{100} \cdot 2400$ lei = \square lei.

Care este noul salariu?

$2400 + \square = \square$ lei.

Răspuns:

Se poate și așa:
 $2400 + \frac{20}{100} \cdot 2400 = \left(\frac{100+20}{100}\right) \cdot 2400.$

Cum mărim sau micșorăm valoarea lui n cu $p\%$?

Dacă mărim, atunci calculăm $\frac{100+p}{100} \cdot n.$

Dacă micșorăm, atunci calculăm $\frac{100-p}{100} \cdot n.$



Exerciții și probleme



1. Calculați:

- | | | |
|------------------------|----------------------|----------------------|
| a) 1 % din 200; | b) 10 % din 40; | c) 25 % din 80; |
| d) 75 % din 64; | e) 50 % din 3 lei; | f) 4 % din 150 cm; |
| g) 9 % din 200 dolari; | h) 120 % din 120; | i) 95 % din 360; |
| j) 160 % din 160; | k) 77 % din 500 lei; | l) 140 % din 99 lei. |

2. Aflați numărul necunoscut, dacă:

- a) 25 % din el reprezintă 60;
- b) 50 % din el reprezintă 100;
- c) 75 % din el reprezintă 96;
- d) 90 % din el reprezintă 720;
- e) 15 % din el reprezintă 12;
- f) 175 % din el reprezintă 140;
- g) 125 % din el reprezintă 250;
- h) 4,8 % din el reprezintă 6;
- i) 3,6 % din el reprezintă 8,1.

Model:

$$a) \frac{60}{25} \cdot 100 = 240.$$

Verificare:

$$25\% \text{ din } 240 = \frac{25}{100} \cdot 240 = 60.$$

3. Efectuați calculele:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| a) Majorați 200 lei cu 50 %; | b) Micșorați 160 lei cu 25 %; |
| c) Majorați 80 m cu 75 %; | d) Micșorați 120 cm cu 40 %; |
| e) Majorați 10 000 lei cu 3 %; | f) Micșorați 15 000 lei cu 8 %; |
| g) Majorați 1 m cu 0,1 %; | h) Micșorați 2 l cu 0,5 %. |

4. Comparați:

- | | | |
|---------------------|---|---------------------|
| a) 70 % din 150 cm | ● | 60 % din 2 m; |
| b) 25 % din 10 kg | ● | 40 % din 6 000 g; |
| c) 15 % din 800 lei | ● | 24 % din 600 lei; |
| d) 50 % din 1 dam | ● | 75 % din 0,2 hm; |
| e) 125 % din 2 ore | ● | 10 % dintr-o zi; |
| f) 6 % din 240 l | ● | 96 % din 15 000 ml. |



5. Calculați:

- a) 10 % din 50 %; b) 25 % din 40 %; c) 50 % din 50 %; d) 10 % din 90 %.

6. Comparați:

- a) 25 % din 50 ● 50 % din 25;
b) 15 % din 36 ● 36 % din 15;
c) 20 % din 40 ● 40 % din 20;
d) 1 % din 101 ● 101 % din 1.



7. Adevărat sau Fals?



- a) Dacă mărim un număr cu 20 %, apoi numărul obținut îl micșorăm cu 20 %, obținem numărul inițial.
- b) Dacă mărim un număr întâi cu 20 %, apoi cu 40 %, obținem același număr pe care l-am fi obținut dacă măream întâi cu 40 %, apoi cu 20 %.
- c) Dacă micșorăm un număr cu 30 %, apoi cu 40 %, obținem același număr pe care l-am fi obținut dacă micșoram o singură dată cu 70 %.
- d) 150 % din 200 este egal cu 200 % din 150.
- e) În Republica Moldova, copiii reprezintă 28 % din populație, persoanele de vârstă pensionară – 31 %, restul populației – 42 %.
8. Anul trecut, Mihai avea înălțimea de 1 m 40 cm. De atunci, el a crescut cu 5 %. Ce înălțime are acum?
9. Din 3 473 900 de locuitori ai Republicii Moldova, 28 % sunt copii. Câți copii sunt în țara noastră?
10. La alegerile parlamentare, la secțiile de votare s-au prezentat 1 641 600 de alegători, ceea ce reprezintă 60 % din numărul total de cetățeni cu drept de vot. Câți cetățeni cu drept de vot sunt în țară?



11. Transformându-se în gheață, apa își mărește volumul cu 9 %. Cu cât își micșorează gheața volumul atunci când se transformă în apă?
12. Prețul unui kilogram de carne s-a majorat cu 25 %. Ce cantitate de carne putem cumpăra acum, cu aceeași sumă de bani cu care se putea cumpăra 1 kg de carne?
13. După spălare, lățimea unui cearșaf s-a micșorat cu 0,5 %, iar lungimea lui – cu 1 %. Cu câte procente s-a micșorat suprafața cearșafului?

14. Prețul unui produs a crescut întâi cu 30 %, apoi iar cu 20 %. Cu câte procente (din prețul inițial) este mai scump produsul?
15. La o școală sunt 1000 de elevi, dintre care un sfert sunt băieți. După-amiază învață 300 de elevi, dintre care 60 % băieți. Ce procent din toți băieții merg la școală după-amiază?

16. Salariul domnului Moraru s-a mărit cu 225 lei, adică cu 15 %. Ce salariu avea domnul Moraru până la majorare?
17. Prețul unui aspirator s-a micșorat cu 210 lei, adică cu 35 %. Care a fost prețul lui până la reducere?
18. 70 % din elevii unei clase frecventează cercul de matematică, 85% din elevii aceleiași clase – cercul de dans. Care este procentul minim de elevi care frecventează ambele cercuri?
19. Calculați: a) $66\frac{2}{3} \%$ din 66,6; b) $33\frac{1}{3} \%$ din $33\frac{1}{3}$.
20. O bancă primește bani spre păstrare și, anual, actualizează contul cu dobânda compusă respectivă. Completați tabelul:

Deținătorul contului	Suma inițială (lei)	Procentul anual	Durata păstrării (ani)	Suma finală de pe cont
Ion Moraru	20 000	10 %	2	24 200
Radu Lungu	15 000	14 %	?	22 223,16
Ana Sârbu	200 000	?	4	243 101,25
Vlad Vieru	64 000	8 %	2	?
Gheorghe Ursu	120 000	12 %	?	150 528
Gheorghe Albu	?	10 %	5	644 204

21. a) Dacă x reprezintă 40 % din y , câte procente reprezintă y din x ?
b) Dacă x reprezintă 120 % din y , câte procente reprezintă y din x ?
c) Dacă x reprezintă 25 % din $\frac{2}{3}y$, câte procente reprezintă y din x ?
d) Dacă $\frac{1}{4}x$ reprezintă 125 % din $\frac{3}{2}y$, câte procente reprezintă y din x ?
22. Dan și Nelu au ieșit simultan din același bloc, îndreptându-se spre școală. Dan are pasul mai lung cu 20 %, în schimb Nelu face în același interval de timp cu 20 % mai mulți pași. Care dintre ei va ajunge primul la școală?

§7 Elemente de probabilități și organizare a datelor

7.1. Elemente de probabilități

Cercelăm și descoperim

1 Se aruncă un zar. Care este șansa (probabilitatea) că va apărea fața cu:

- a) 8 puncte;
- b) 4 puncte;
- c) un număr de puncte mai mic decât 7?



Rezolvare:

Aruncarea zarului este un **experiment**. În urma producerii acestui experiment, se pot realiza sau nu unele evenimente legate de el.

- a) Evenimentul „Va apărea fața cu 8 puncte” nu are șansa (probabilitatea) să se realizeze, deoarece pe fiecare față a unui zar sunt cel mult 6 puncte. Spunem că acest eveniment este *imposibil*, iar șansa (probabilitatea) lui de realizare este 0.
- b) Evenimentul „Va apărea fața cu 4 puncte” are șansa (probabilitatea) să se realizeze. Spunem că acest eveniment este *posibil* sau *aleator*.
- c) Evenimentul „Va apărea fața cu un număr de puncte mai mic decât 7” se va realiza numai de câțiva ori, de aceea spunem că acest eveniment este sigur, iar șansa (probabilitatea) sa de realizare este egală cu 1.

Rețineți

În viață se produc diverse **experimente**. Rezultatul unui experiment este un **eveniment**. Evenimentele pot fi:

- ◆ sigure → Șansa (probabilitatea) de realizare este 1.
- ◆ imposibile → Șansa (probabilitatea) de realizare este 0.
- ◆ aleatoare (întâmplătoare) → Șansa (probabilitatea) de realizare este egală cu un număr mai mare ca 0, dar mai mic decât 1.

Rezolvăm și comentăm

Dintr-o urnă cu același număr de bile albe și negre, se extrage la întâmplare o bilă. Completați:

- 1) Evenimentul „Bila scoasă va fi albă” este un eveniment _____.

- 2) Evenimentul „Bila scoasă va fi neagră” este un eveniment [redacted].
- 3) Evenimentul „Bila scoasă va fi verde” este un eveniment [redacted].
- 3) Șansele (probabilitățile) de realizare a evenimentelor 1) și 2) sunt [redacted].

7.2. Elemente de organizare a datelor

Cercetăm și descoperim

2 Elevii clasei a VI-a au obținut la testul de matematică următoarele rezultate: două note de 4, șase note de 5, patru note de 6, patru note de 7, trei note de 8, două note de 9 și patru note de 10. Structurați într-un tabel informația despre notele obținute de elevi la test.

Rezolvare:

Nota	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. de note	0	0	0	2	6	4	4	3	2	4

Tabelul conține rezultatele obținute de elevii clasei a VI-a la testul de matematică. În acest caz, se spune că am realizat o *analiză statistică*, am *colectat* și am *înregistrat date*.

Rețineți!

Statistica matematică este știința care se ocupă de colectarea, înregistrarea, prelucrarea, analiza și interpretarea datelor referitoare la un fenomen (din activitatea economică, viața socială, metrologie, agricultură, biologie etc).

Datele statistice pot fi ilustrate cu ajutorul:

- tabelor;
- graficelor (fig. 3);
- diagramelor (cu batoane, cu bare, circulare etc.) (fig. 1, fig. 2, fig. 4).

Rezolvăm și comentăm

• Reprezentați printr-un grafic în batoane rezultatele obținute la testul de matematică prezentate în problema **2**.

Rezolvare:

Reprezentarea grafică este dată în figura 1. Analizați această figură.

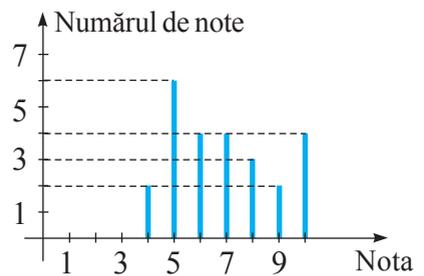


Fig. 1

3 Biblioteca școlară are cărți în limba română – 50 %, în limba rusă – 25 %, în limba engleză – 10 % și în limba franceză – 15 %. Reprezentați aceste date printr-o diagramă circulară.

Rezolvare:

Reprezentarea grafică este dată în figura 2.

Analizați această figură.

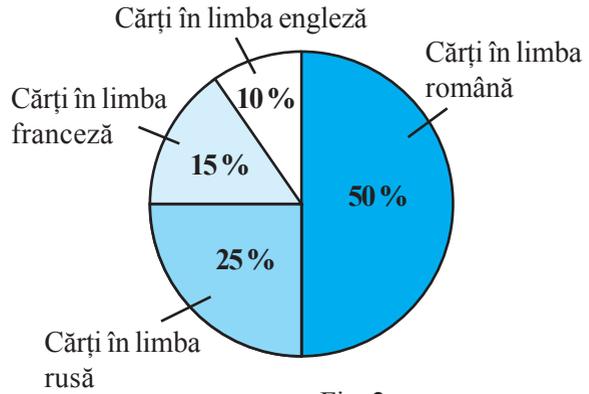


Fig. 2

În graficul alăturat sunt prezentate cantitățile de suc produse lunar de o fabrică în prima jumătate a anului 2011.

Analizați acest grafic. Comentați situația care s-a creat la această firmă în semestrul I al anului. Ce recomandări puteți da administrației fabricii?

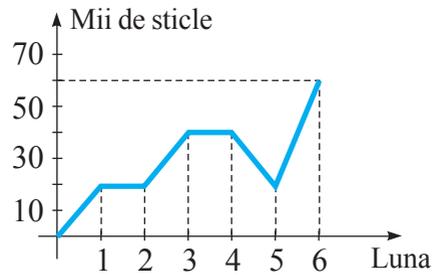


Fig. 3

Exerciții și probleme



- Formulați câte două exemple de experimente și de evenimente sigure, imposibile și aleatoare legate de ele.
- Fie experimentul „Aruncarea unei mingi de baschet la coș”.
 - Formulați câteva evenimente legate de acest experiment.
 - Sunt aceste evenimente sigure? Imposibile? Aleatoare?
 - Care sunt șansele de realizare a evenimentelor formulate.
- Într-o cutie sunt 12 creioane roșii și 12 creioane albastre. Fie experimentul „Extragerea la întâmplare a unui creion din cutie”.
 - Formulați câteva evenimente legate de acest experiment.
 - Determinați șansele de realizare a fiecăruia dintre evenimente. Trageți concluzia.
- Aduceți exemple de experimente și determinați evenimentele posibile în cadrul experimentului respectiv.

5. Într-o cutie sunt bomboane roșii, galbene și verzi: jumătate sunt roșii, o pătrime – galbene, iar celelalte – verzi. Se extrage la întâmplare o bomboană.
- Ce fel de bomboană are șansa mai mare de a fi extrasă?
 - Ce feluri de bomboane au șanse egale de a fi extrase?

6. Determinați datele statistice referitoare la înălțimea elevilor din clasa voastră.

Reprezentați datele obținute:

- într-un tabel;
 - printr-un grafic cu batoane.
7. Diagrama prin bare din figura 4 reprezintă vânzările de manuale într-o librărie timp de o săptămână.
- Câte manuale s-au vândut în total?
 - Determinați procentul manualelor vândute în fiecare zi.
 - În care zile s-au vândut cele mai multe manuale?

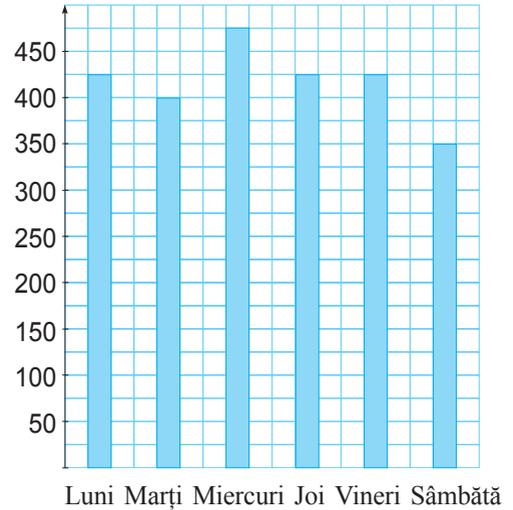


Fig. 4

8. În tabel este indicat numărul de pacienți ai unei policlinici timp de o zi.

- Reprezentați printr-o diagramă cu batoane aceste date statistice.
- Calculați procentul pacienților pentru fiecare interval de timp.
- În care interval de timp policlinica a fost vizitată de mai mulți pacienți: până la prânz (până la ora 13) sau după prânz? Cu câte procente mai mult?

Intervalul de timp	Nr. de pacienți
de la 9 la 10	88
de la 10 la 11	102
de la 11 la 12	185
de la 12 la 13	80
de la 13 la 14	110
de la 14 la 15	164
de la 15 la 16	76
de la 16 la 17	58

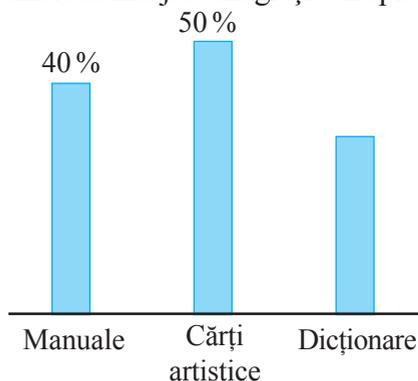
9. Aruncați o monedă de 20 de ori.

- Determinați evenimentele legate de apariția feței cu stema sau a feței cu banul.
- Care sunt șansele de realizare a evenimentelor determinate?
- Repetăți experimentul încă de 20 de ori. Formulați concluzia.

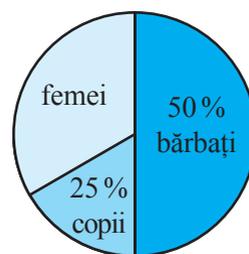
10. Fie experimentul „Aruncarea unui zar”.

- Formulați cel puțin 6 evenimente aleatoare ale acestui experiment.
- Formulați cel puțin 3 evenimente sigure ale acestui experiment.
- Formulați cel puțin 2 evenimente imposibile pentru acest experiment.

11. Din cele 24 de meciuri preconizate, clubul de fotbal „Noroc” a câștigat 11 și a făcut 8 remize. Din cele 24 de meciuri planificate, clubul de fotbal „Succes” a câștigat 14 meciuri și a făcut 5 remize. Pentru fiecare victorie echipa obține 3 puncte, iar pentru fiecare remiză – un punct. Au mai rămas de jucat încă 5 meciuri. Care dintre cele două cluburi de fotbal are mai multe șanse să ocupe locul I în cantonament?
12. Au oare șanse egale de realizare următoarele evenimente în cadrul experimentului „Aruncarea unui zar”:
- „apar 8 puncte” și „apar 12 puncte”;
 - „apar 2 puncte” și „apar 6 puncte”;
 - „apare un număr par de puncte” și „apare un număr impar de puncte”?
13. Într-o comună sunt 350 de case: 210 dintre acestea sunt cu un nivel, 120 – cu două niveluri și 20 – cu trei niveluri.
- Reprezentați aceste date într-un tabel.
 - Reprezentați aceste date cu ajutorul unei diagrame prin batoane.
14. **Activitate practică.** Determinați numărul de case din propria localitate (zonă de locuit), clasificați-le și reprezentați datele obținute cu ajutorul unei diagrame prin batoane.
15. **Activitate practică.** Reprezentați printr-o diagramă circulară, în procente, prezența în biblioteca proprie a cărților editate în diferite limbi.
16. Diagramele de mai jos sunt greșite. Depistați greșelile și construiți corect diagramele.



a)



b)

Fig. 5

17. Reprezentați cu ajutorul unei diagrame prin batoane următoarele date:
- distanța de la Soare până la planeta Mercur este de ≈ 58 milioane km;
 - distanța de la Soare până la planeta Venus este de ≈ 108 milioane km;
 - distanța de la Soare până la Pământ este de ≈ 150 milioane km;
 - distanța de la Soare până la planeta Marte este de ≈ 228 milioane km.

Notă: 1 cm = 10 milioane km

18. a) Reprezentați cu ajutorul unei diagrame prin batoane următoarele date:
- râul Nistru are lungimea de 1,4 mii km;
 - râul Nipru are lungimea de 2,2 mii km;
 - râul Don are lungimea de 1,9 mii km;
 - râul Volga are lungimea de 3,5 mii km.
- b) Determinați pe teritoriile căror țări curge fiecare dintre aceste râuri.
- c) Aflați de câte ori (rotunjind până la zecimi) este mai scurt râul Nistru decât râul Nipru.
- d) Determinați de câte ori (rotunjind până la zecimi) râul Volga este mai lung decât râul Nipru.

-
19. Reprezentați printr-o diagramă circulară și apoi printr-o diagramă cu batoane următoarele date:
- a) Într-un sat sunt 120 de case. 25 dintre acestea sunt acoperite cu ardezie, 35 de case – cu țiglă, iar 60 de case – cu tablă.
- b) Într-o cutie sunt 12 creioane roșii, 8 creioane albastre, 15 creioane galbene și 5 creioane negre.
20. Într-o urnă sunt 50 de bile numerotate respectiv cu 1, 2, 3, ..., 50. Se extrage la întâmplare o bilă. Care dintre următoarele evenimente are șansa mai mare de realizare:
- 1) „Extragerea unei bile al cărei număr împărțit la cinci dă restul 1”;
 - 2) „Extragerea unei bile cu numărul pătrat perfect”.
21. Formulați trei experimente în cadrul cărora evenimentele respective au șanse egale de realizare.
22. Reprezentați cu ajutorul unui grafic prin bare numărul elevilor din clasele școlii voastre.
23. Realizați un sondaj cu elevii din clasa voastră și reprezentați datele obținute în modul cel mai convenabil.

Să recapitulăm

1. Ce este un raport?
2. Dați exemple de rapoarte din viața cotidiană.
3. Consultați părinții și precizați valoarea raportului între cantitatea de zahăr și de fructe folosită la prepararea unor dulcețuri, compoturi.
4. Ce diferență este între raport și fracție?
5. Formulați exemple de rapoarte din fizică, economie, geometrie, alimentație.
6. Ce este proporția?
7. Scrieți toate proporțiile ce rezultă din propoziția $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
8. În ce caz putem obține o propoziție adevărată cu patru numere reale nenule?
9. Formulați exemple de proporții din diverse domenii.
10. Care mărimi se numesc direct proporționale?
11. Dați exemple de mărimi direct proporționale din diverse domenii.
12. Completați astfel încât propoziția obținută să fie adevărată.
 - a) „Salariul părinților este direct proporțional cu ...”
 - b) „Distanța parcursă de automobil este direct proporțională cu ... și cu ...”
13. Compuneți o problemă rezolvabilă prin *Regula de trei simplă*.
14. Care mărimi se numesc invers proporționale?
15. Formulați exemple de mărimi invers proporționale din diverse domenii.
16. Ce reprezintă 1 %?
17. Este oare adevărat că $\frac{3}{4} = 75\%$? Argumentați răspunsul.
18. „Gazul în Republica Moldova s-a majorat cu 12 %.” Explicați sensul acestei propoziții.
19. Ce tipuri de probleme cu procente cunoașteți?
20. Cum aflăm $p\%$ dintr-un număr dat n ?
21. Cum aflăm numărul, știind că m reprezintă $p\%$ din el?
22. Cum aflăm $q\%$ din $p\%$?
23. Compuneți câte o problemă pentru cele trei tipuri de probleme cu procente.
24. Formulați exemple de aplicare a procentelor în diverse domenii.
25. Argumentați utilitatea procentelor.
26. Dați exemple de evenimente: sigure, imposibile, aleatoare.
27. Cum pot fi ilustrate datele statistice?

Exerciții și probleme recapitulative



1. Calculați valoarea raportului:

a) $\frac{2}{5}$; b) $\frac{7}{2}$; c) $\frac{0,504}{1,4}$; d) $\frac{4,35}{2,9}$.

2. Scrieți 3 rapoarte egale cu raportul:

a) $\frac{1}{7}$; b) $\frac{9}{4}$; c) $\frac{1,2}{0,4}$; d) $\frac{0,1}{11,1}$.

3. Comparați numerele a și b , dacă:

a) $\frac{a}{b} = 0,93$; b) $\frac{a}{b} = \frac{2,015}{2,104}$; c) $a = 1,6b$;
d) $b = 0,99a$; e) $\frac{b}{a} > 1$; f) $\frac{a}{b} < 1$.

4. Calculați valoarea raportului dintre:

- a) numărul de zile ale lunilor ianuarie și august;
- b) numărul zilelor unei săptămâni și ale unei primăveri;
- c) înălțimea proprie și cea a colegului de bancă;
- d) numărul paginilor manualelor de matematică și fizică.

5. Comparați printr-un raport:

- a) vârstele părinților;
- b) masa corporală proprie cu cea a colegului de bancă;
- c) dimensiunile cărții de matematică;
- d) cursul valutar la zi al dolarului și al monedei euro.

6. Restabiliți șirul de rapoarte egale:

a) $\frac{5}{6} = \frac{20}{\square} = \frac{\square}{36} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{9}$;

b) $\frac{\square}{0,5} = \frac{7}{\square} = \frac{\square}{2} = \frac{8,4}{\square} = \frac{\square}{9,6} = \frac{49}{7}$;

c) $\frac{9}{\square} = \frac{3}{\square} = \frac{12}{16} = \frac{\square}{22}$;

d) $\frac{1}{\square} = \frac{2}{\square} = \frac{3}{\square} = \frac{4}{6}$.

7. Comparați prețurile:

- a) 3 kg de făină de grâu costă 26 lei, iar 2 kg de făină de porumb – 17 lei.
- b) 1,5 l de suc de roșii costă 11,4 lei, iar 2 l de suc de mere – 14,6 lei.
- c) 0,8 m² de faianță costă 65 lei, iar 1,2 m² de parchet – 98 lei.
- d) 5 m de țevă de fier costă 140 lei, iar 3 m de țevă zincată – 100 lei.

8. Restabiliți proporția:

a) $\frac{8}{9} = \frac{\square}{18}$; b) $\frac{\square}{6} = \frac{5}{4}$; c) $\frac{2,4}{\square} = \frac{4}{1,6}$; d) $\frac{10}{0,4} = \frac{2}{\square}$.

9. Stabiliți dacă se poate forma o proporție ai cărei termeni vor fi numerele:

a) $\frac{18}{4} = \frac{2}{9}$; b) $\frac{1}{7} = \frac{3}{21}$;
c) $\frac{8}{\frac{2}{9}} = \frac{1}{3}$; d) $\frac{12}{5} = \frac{6}{10}$.

10. Din 25 l de lapte se obțin 3 l de smântână.

- a) Câtă smântână se va obține din 75 l de lapte? Dar din 180 l? Dar din 500 ml?
b) De cât lapte este nevoie pentru a obține 4,5 l de smântână?
Dar 600 ml? Dar 500 ml?

11. Un fermier a plantat 5 pomi în 30 de minute. Dacă va continua lucrul în același ritm, în cât timp va reuși să planteze 150 de pomi?

12. Următorul tabel reprezintă viteza și timpul cu care poate fi parcursă una și aceeași distanță cu diferite mijloace de transport.

Reproduceți și completați:

Viteza (km/h)	40			90	120	50	10			200
Timpul (h)	3	2	4					6	8	

13. 55 % din elevii unei școli sunt fete. Care este raportul dintre numărul băieților și numărul fetelor?

14. Scrieți sub formă de raport procentual:

a) $\frac{1}{4}$; b) $\frac{7}{25}$; c) $\frac{9}{10}$; d) $\frac{15}{2}$;
e) 0,91; f) 2,14; g) $1\frac{1}{4}$; h) $2\frac{5}{8}$.

15. Câte procente reprezintă:

a) 5 din 12; b) $\frac{4}{9}$ din $\frac{2}{3}$; c) 25 din 40; d) $1\frac{1}{3}$ din $2\frac{1}{9}$?

16. a) Micșorați suma de 180 lei cu 15 %. b) Micșorați suma de 240 lei cu 20 %.
c) Măriți suma de 2100 lei cu 25 %. d) Măriți suma de 1480 lei cu 30 %.

17. Din 2 500 de semințe de porumb au încolțit 2 175. Care este procentul de încolțire a semințelor?

18. Fie experimentul „Se alege la întâmplare o cifră”. Formulați două exemple de evenimente: a) sigure; b) imposibile.

19. Într-o cutie sunt 16 creioane de culoare verde și 14 de culoare albastră. Care dintre următoarele evenimente are o șansă mai mare de realizare:
 A: „Se extrage la întâmplare un creion de culoare verde” sau B: „Se extrage la întâmplare un creion de culoare albastră”?

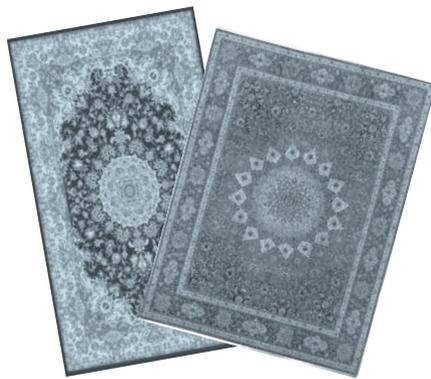


20. Un televizor consumă 180 W (se citește „vați”) de curent electric în 3 h. Cât curent va consuma televizorul în 5 h? Dar în 8 h?
21. O fotografie cu dimensiunile de 5 cm și 6 cm a fost mărită proporțional, astfel încât lungimea ei a devenit egală cu 108 mm. Ce lățime are acum fotografia?
22. În tabel sunt indicate tarifele pentru convorbirile telefonice pentru 2 pachete.

Pachet	Minute incluse	Abonament (lei)	Tarif pentru un minut suplimentar (bani)
Standard	300	24	9,6
Econom	200	6	24

Domnul Bănuț vorbește la telefon, în medie, 200 min. lunar, iar chiriașul său, Nelu, – 250 min. lunar.

- a) Care pachet telefonic este mai convenabil pentru ei?
 b) Cu ce sumă de bani va contribui fiecare pentru achitarea telefonului? (Cercetați ambele cazuri.)
23. Văzând că un covor persan, cu dimensiunile de 3 m și 4 m, costă 4 080 lei, iar un covor indian, cu dimensiunile de 2,5 m și 4,5 m, costă 3 825 lei, domnul Bănuț a tras concluzia că prețul covoarelor persane este mai mare decât al celor indiene (dar perimetrul lor este același!). Are dreptate domnul Bănuț?
24. Se știe că $\frac{x}{y} = 3,4$ și $\frac{z}{y} = 17$. Aflați $\frac{z}{x}$.
25. Raportul a două numere naturale este $\frac{2}{3}$, iar diferența lor este 3. Aflați numerele.
26. Produsul a două numere naturale este 96, iar valoarea raportului lor este egală cu 1,5. Aflați numerele.



27. Valoarea raportului a două numere este egală cu 5,92, iar suma lor – cu 17,3. Aflați numerele.
28. Mărimile x și y sunt direct proporționale. Știind că dacă $x = 8$, atunci $y = 3$, aflați:
 a) valoarea lui y când $x = 12$; b) valoarea lui y când $x = 2$;
 c) valoarea lui x când $y = 30$; d) valoarea lui x când $y = 0,9$.
29. Mărimile u și v sunt invers proporționale. Știind că dacă $u = 12$, atunci $v = 20$, aflați:
 a) valoarea lui v când $u = 5$; b) valoarea lui v când $u = 8$;
 c) valoarea lui u când $v = 60$; d) valoarea lui u când $v = 3$.
30. Un muncitor avea salariul de 1 600 lei. În prezent, el are salariul de 2 320 lei. Cu câte procente i s-a majorat salariul?
31. Un profesor avea salariul de 1 800 lei. În prezent, salariul lui este mai mare cu 35 %. Ce salariu are acum profesorul?
32. **Lucrare practică.** Faceți o vizită la biblioteca școlară și determinați numărul de cărți editate în diverse limbi. Reprezentați datele obținute cu ajutorul:
 a) unui tabel;
 b) unei diagrame circulare;
 c) unei diagrame cu bare.
33. Aduceți exemple de utilizare a elementelor de organizare a datelor din activitățile profesionale ale părinților.

-
34. Mihai avea o sumă de bani. El a cheltuit 20 % din ea. Cu câte procente trebuie să mărească el suma prezentă pentru a obține suma inițială?
35. Un număr reprezintă 80 % din alt număr. Câte procente reprezintă al doilea număr din: a) primul; b) suma lor?
36. Dacă $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 5$, să se calculeze:
 a) $\frac{x+y+z}{a+b+c}$; b) $\frac{x^2+y^2+z^2}{a^2+b^2+c^2}$.
37. Fie proporția $\frac{x}{y} = \frac{2}{9}$. Aflați:
 a) $\frac{x+y}{y}$; b) $\frac{x}{x+y}$; c) $\frac{x+2}{y+9}$; d) $\frac{3x+4y}{4y}$.
38. Fie proporția $\frac{a}{4} = \frac{b}{5}$. Aflați valoarea fiecărui raport al proporției, dacă $a + b = 27$.

Varianta I

1. La o competiție participă 80 de sportivi, dintre care $\frac{3}{5}$ sunt fete.

a) *Adevărat* sau *Fals*?

„ $\frac{3}{5}$ este un număr rațional.”

b) Aflați câte procente din sportivi reprezintă fetele.

c) Aflați raportul dintre numărul de băieți și numărul de fete care au participat la o probă sportivă, dacă la aceasta au participat cu 12 fete mai puține decât numărul total de fete.

2. Fie numerele 6; 0,4 și 1,6. Copiați scriind în locul casetei un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

$$”\frac{6}{0,4} = \frac{\square}{16}.”$$

Argumentați răspunsul!

3. Scara unei hărți este 1 : 5 000 000. Aflați distanța dintre Chișinău și Briceni, dacă pe hartă ea este de 4,8 cm.

4. În clasa a V-a învață 30 de elevi, în clasa a VI-a – 28 de elevi, în clasa a VII-a – 32 de elevi, în clasa a VIII-a – 30 de elevi, iar în clasa a IX-a – 36 de elevi.

a) Reprezentați aceste date într-un tabel.

b) Reprezentați aceste date cu ajutorul unei diagrame prin batoane.

Varianta II

1. La un concurs de matematică participă 60 de elevi, dintre care $\frac{3}{4}$ sunt băieți.

a) *Adevărat* sau *Fals*?

„60 este un număr întreg.”

b) Aflați câte procente reprezintă băieții.

c) Aflați raportul dintre numărul de băieți și numărul de fete care au participat la una dintre etapele concursului, dacă la aceasta au participat cu 8 băieți mai puțini decât numărul total de băieți.

2. Fie numerele 8; 0,5 și 2,5. Copiați scriind în locul casetei un număr astfel încât propoziția obținută să fie adevărată:

$$”\frac{8}{\square} = \frac{0,5}{2,5}.”$$

Argumentați răspunsul!

3. Scara unei hărți este 1 : 4 000 000. Aflați distanța dintre Chișinău și Cahul, dacă pe hartă ea este de 4,3 cm.

4. În clasa a V-a învață 18 elevi, în clasa a VI-a – 24 de elevi, în clasa a VII-a – 30 de elevi, în clasa a VIII-a – 18 elevi, iar în clasa a IX-a – 28 de elevi.

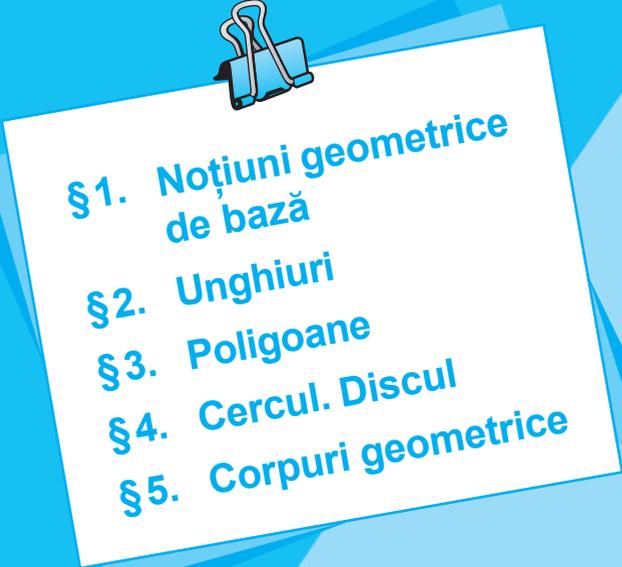
a) Reprezentați aceste date într-un tabel.

b) Reprezentați aceste date cu ajutorul unei diagrame prin batoane.

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	27–26	25–24	23–21	20–17	16–12	11–8	7–6	5–4	3–2	1–0

ELEMENTE DE GEOMETRIE

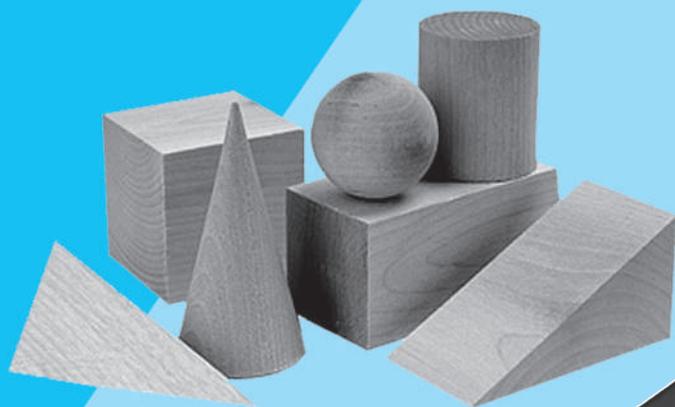
- 
- §1. Noțiuni geometrice de bază
 - §2. Unghiuri
 - §3. Poligoane
 - §4. Cercul. Discul
 - §5. Corpuri geometrice

1

2

3

4



§1 Noțiuni geometrice de bază

1.1. Noțiuni geometrice

Ce știm? Ce aflăm?

1 Examinați imaginile și observați asocierile făcute de Știetot.



- Linia orizontului → **dreaptă**
 - Localitățile de pe hartă → **puncte**
 - Fluxul de lumină → **semidreaptă**
 - Traseul de zbor Chișinău–București → **segment**
 - Șinele de tren → **drepte paralele**
- Explicați noțiunea de *figură geometrică*.
• Care este cea mai simplă figură geometrică?



Ne amintim

- ♦ **Figura geometrică** este o mulțime de puncte.
- ♦ **Punctul** este cea mai simplă figură geometrică.

Reprezentăm:

$A \bullet$ sau $\times B$

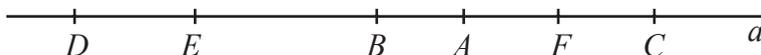
- ♦ **Dreapta** este nemărginită.

Reprezentăm:

$\underline{\hspace{1cm}}^a$ sau $\underline{\hspace{1cm}}^A \hspace{0.5cm} \underline{\hspace{1cm}}^B$ sau $\underline{\hspace{1cm}}^M \hspace{0.5cm} \underline{\hspace{1cm}}^N$

- Trei sau mai multe puncte ale unei drepte se numesc **puncte coliniare**.
- Două drepte din aceeași suprafață plană care nu se intersectează se numesc **drepte paralele**.
- Două drepte care se intersectează se numesc **drepte concurente**.

2 Examinați desenul și completați adecvat:



- Punctul A este situat *între* punctele și .
- Punctele A și C sunt situate pe *părțile diferite* ale punctului .
- Punctele A, B, E, D sunt situate de *aceeași parte* a punctului .
- Punctele sunt situate de aceeași parte a punctului B .
- Porțiunea dreptei a , mărginită de punctul B și formată din toate punctele dreptei a situate de aceeași parte ca și punctul A , se numește .

Rețineți!

- Semidreapta** este o parte a dreptei formată din toate punctele acestei drepte situate de aceeași parte a unui punct al ei, numit **origine** al acestei semidrepte.

Reprezentăm:



Citim:

Semidreapta MN

Notăm:

$[MN$

- Un punct O al unei drepte împarte această dreaptă în două **semidrepte opuse**, el fiind **originea** acestor semidrepte.

Reprezentăm:

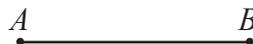


Citim:

Semidreptele $[OA$ și $[OB$ sunt opuse

- Segmentul** este o parte a dreptei formată din toate punctele acestei drepte situate între două puncte ale ei, numite **extremități**.

Reprezentăm:



Citim:

Segmentul AB

Notăm:

$[AB]$

3 Cu ce figură geometrică poate fi asociată suprafața apei unui lac într-o zi fără vânt?

Explicăm

Suprafața apei lacului (în lipsa valurilor) sugerează o porțiune de plan.

Rețineți!

Planul este nemărginit.

Dacă o dreaptă se află într-un plan, atunci ea împarte acest plan în două părți numite **semiplane**.

Reprezentăm planul α (alfa):



4 Adevărat sau Fals?

Doar una dintre următoarele propoziții este falsă.
Găsiți-o și justificați printr-un desen răspunsul.



- Printr-un punct putem construi o infinitate de drepte.
- Prin două puncte diferite putem construi o singură dreaptă.
- Segmentele congruente au lungimi egale.
- Dacă fiecare din dreptele a și b este paralelă cu dreapta c , atunci dreptele a și b sunt paralele.
- Dacă fiecare din dreptele a și b este concurentă cu dreapta c , atunci dreptele a și b sunt concurente.

1.2. Notății și reprezentări

Observăm și descoperim

1 Observați cum se citesc notațiile.

Notăm:	Citim:	Reprezentăm:
$A \in d$	Punctul A aparține dreptei d .	
$A \notin d$	Punctul A nu aparține dreptei d .	
$\{A, B, C\} \subset d$	Punctele A, B, C aparțin dreptei d .	
$A \in \alpha$	Punctul A aparține planului α .	
$a \subset \alpha$	Dreapta a aparține planului α .	
$[BC$	Semidreapta BC cu originea B .	
$a \parallel b$	Dreptele a și b sunt paralele .	
$a \not\parallel b$	Dreptele a și b nu sunt paralele .	
$a \cap b = \{M\}$	Dreptele a și b se intersectează în punctul M sau dreptele a și b sunt concurente în punctul M .	
$a \perp b$	Dreptele a și b sunt perpendiculare .	

Notăm:	Citim:	Reprezentăm:
$[AB] \equiv [CD]$	Segmentele AB și CD sunt congruente .	
$AB > CD$	Lungimea segmentului AB este mai mare decât lungimea segmentului CD .	
$A = B$	Punctele A și B coincid.	

Aplicăm și explicăm

2 Citiți, apoi reprezentați printr-un desen corespunzător:

- $[MN] \cap [KP] = \{E\}$;
- $AB \parallel d$;
- $C \notin AB$.



3 Pentru cei ingenioși

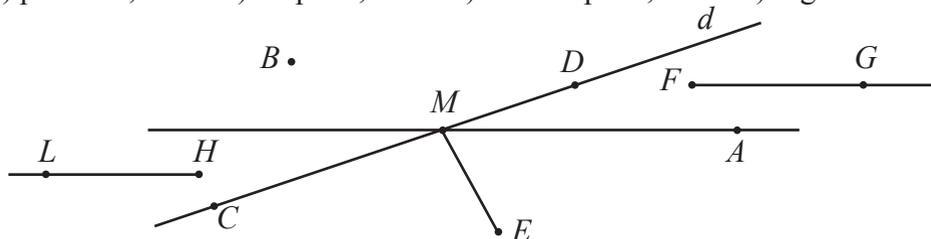
Cum putem scrie cu ajutorul simbolurilor matematice propoziția: „Punctele M, N și K sunt coliniare.”?

Exerciții și probleme



1. Examinați desenul și recunoașteți:

- punctele;
- dreptele;
- semidreptele;
- segmentele.



2. Examinați desenul problemei 1 și completați adecvat:

- Dreapta d poate fi notată și astfel: .
- Semidreptele și sunt opuse.
- Punctele sunt coliniare.
- Punctul aparține dreptei , iar punctele nu aparțin acestei drepte.
- Dreptele și sunt concurente în punctul .

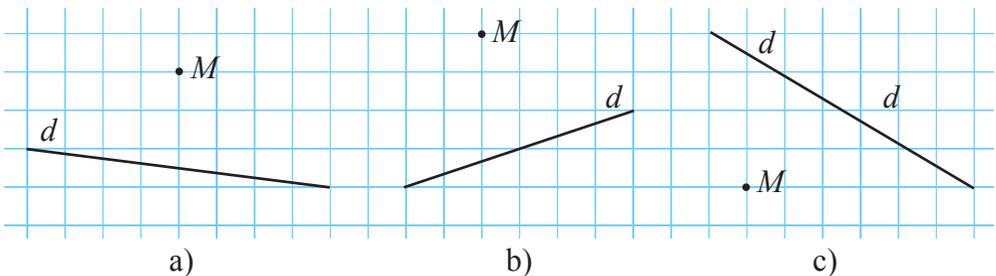
3. Construiți și notați:
- o dreaptă și un punct care aparține ei;
 - un segment și un punct care nu aparține lui;
 - o semidreaptă și un segment paralel cu ea;
 - cinci puncte necoliniare fiecare trei.
4. Notați mulțimea tuturor punctelor unei drepte:
- situate între punctele A și B ale acestei drepte;
 - situate de aceeași parte a punctului A (al acestei drepte) ca și punctul B (al acestei drepte).
5. Citiți: a) $M \in [AB]$; b) $N \notin [EF]$; c) $d \cap [MN] = \{K\}$;
d) $b \parallel BC$; e) $AB \perp l$; f) $M \notin \alpha$; g) $b \subset \beta$.
6. Examinați desenul și selectați segmentele cu lungimea:
- cel mult 6 cm;
 - nu mai puțin de 3 cm;
 - între 3 cm și 6 cm;
 - mai mică sau egală cu $4\frac{1}{2}$ cm.



7. Examinați desenul problemei 6 și determinați:
- $[AC] \cap [BD]$;
 - $[BC] \cup [CE]$;
 - $[AD] \setminus [BE]$;
 - $[BC] \cap [FE]$;
 - $[AB] \cup [DC]$;
 - $[BF] \cap [CB]$.
8. Punctele A, B și C sunt coliniare în această ordine. Aflați lungimea segmentului:
- AB , dacă $AC = 20$ cm, $BC = 0,12$ dm;
 - AC , dacă $AB = 9$ cm, $BC = 1,5$ dm;
 - BC , dacă $AB = 1,4$ cm, $AC = 4,1$ dm;
 - AC , dacă $AB = 2BC = 10,8$ cm.



9. Reproduceți desenul. Utilizând rigla și echerul, construiți prin punctul M o dreaptă paralelă cu dreapta d și alta perpendiculară pe dreapta d .



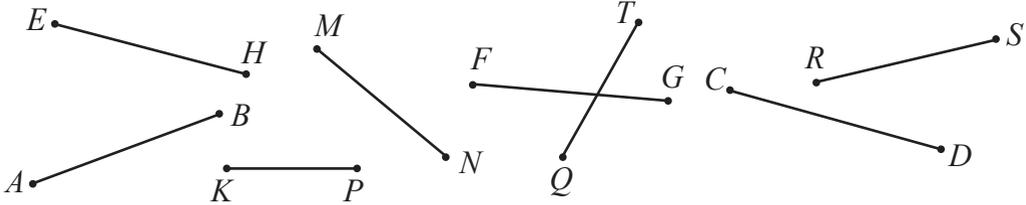
10. Utilizând compasul, comparați lungimile segmentelor:

a) AB și CD ;

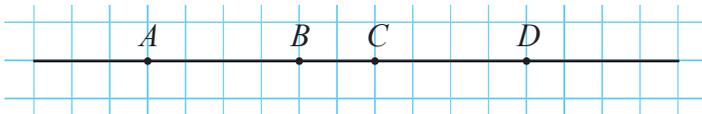
b) MN și KP ;

c) FG și EH ;

d) RS și TQ .



11. În câte moduri poate fi numită dreapta din desen?



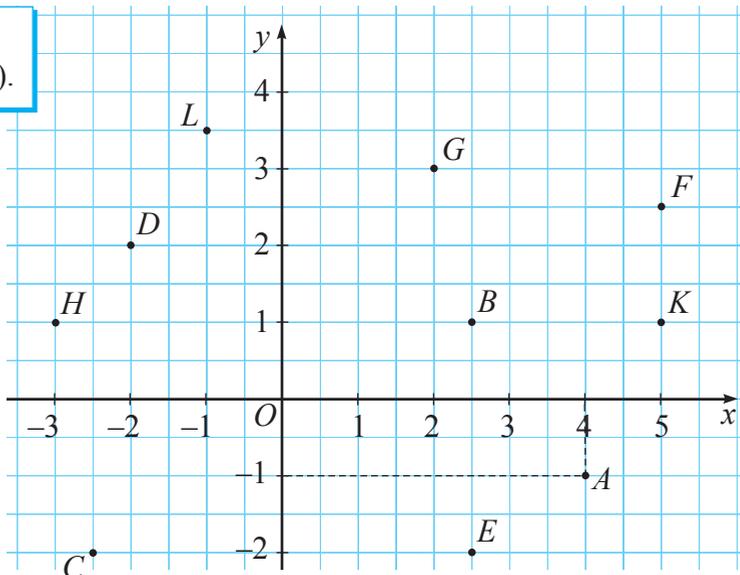
12. Punctele A, B și C sunt coliniare în această ordine. Calculați distanța dintre mijloacele segmentelor AB și BC , dacă $AB = 24$ cm și $BC = 16$ cm.

13. Segmentele AB și BC sunt situate pe aceeași dreaptă. Aflați BC , dacă $AB = 16$ cm și distanța dintre mijloacele segmentelor date este de 14 cm.

14. Punctele A, B și C sunt necoliniare. Prin fiecare două din ele a fost construită o dreaptă. În câte porțiuni împart planul dreptele construite?

15. Dreptele-axe numerice Ox și Oy din desen sunt perpendiculare. Notația $A(4; -1)$ se citește: „Punctul A are coordonatele 4 și -1 ”, ceea ce înseamnă că dreapta paralelă cu Oy , care trece prin punctul A , intersectează axa Ox în punctul de diviziune 4, iar dreapta paralelă cu Ox , care trece prin punctul A , intersectează axa Oy în punctul de diviziune -1 . Aflați similar coordonatele celorlalte puncte din desen.

Model:
 $B(2,5; 1)$.



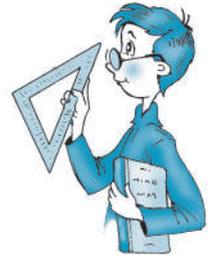
§ 2 Unghiuri

2.1. Clasificarea unghiurilor

Ce știm? Ce aflăm?

1 Citiți ghicitoarea lui Știemult și stabiliți ce figură geometrică este descrisă:

*Două semidrepte
Cu capăt comun
O figură este,
Denumită ...*

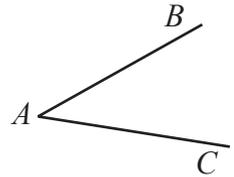


- Cum se numește instrumentul din mâna lui Știemult și ce se poate construi cu el?

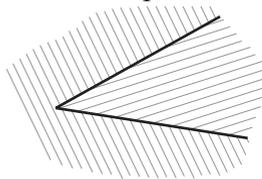


Ne amintim

- ♦ **Unghiul** este o figură geometrică formată din două semidrepte (laturile unghiului) cu originea comună (vârful unghiului).
Unghiul format de semidreptele $[AB$ și $[AC$ se notează $\angle BAC$.



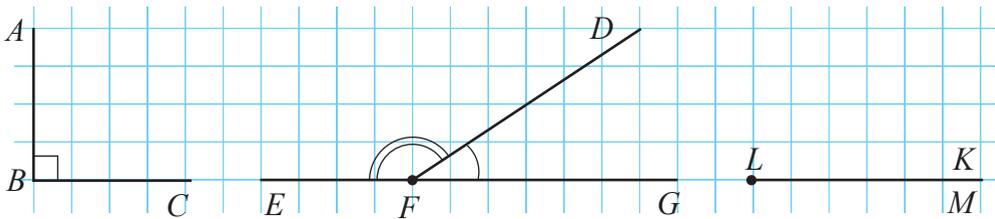
- ♦ **Interiorul unghiului** este mulțimea punctelor care sunt situate între laturile unghiului. Celelalte puncte formează **exteriorul unghiului**.



– Interiorul unghiului BAC

– Exteriorul unghiului BAC

2 Examinați desenul și completați cu unul dintre cuvintele: *nul, alungit, ascuțit, drept, obtuz*.



$\angle ABC$ este unghi . $\angle DFG$ – unghi .

$\angle DEF$ – unghi . $\angle EFG$ – unghi .

$\angle KLM$ – unghi .

- Scrieți unghiurile menționate în ordinea crescătoare a măsurilor lor.

2.2. Măsura în grade a unghiurilor

Cercetăm și descoperim

1 Dacă nu ținem cont de notații, două segmente diferite se deosebesc prin lungime. Comparând două segmente, de fapt, comparăm lungimile lor.

Cum comparăm două unghiuri?

Din clasa a V-a cunoaștem că deschiderea unghiului reprezintă măsura lui. Deci, cu cât această deschidere este mai mare, cu atât mai mare este **măsura unghiului**. Prin urmare, dintre toate unghiurile, unghiul alungit are măsura cea mai mare.

Rețineți!

Măsura unghiului A se notează prin $m(\angle A)$.

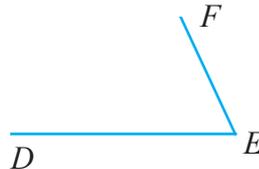
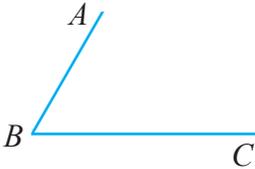
Două **unghiuri** se numesc **congruente** dacă ele au măsuri egale.

Dacă unghiurile A și B sunt congruente, notăm $\angle A \equiv \angle B$.

Observație. Unghiurile congruente prin suprapunere coincid.

• De câte ori măsura unghiului drept este mai mică decât măsura unghiului alungit? Justificați.

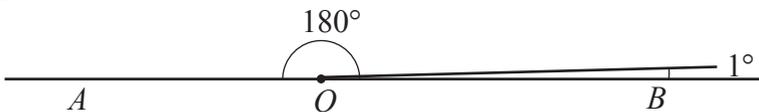
2 Mihaela trebuie să compare măsurile unghiurilor ABC și DEF .



Citiți informațiile următoare și ajutați-o pe Mihaela să rezolve problema.

Rețineți!

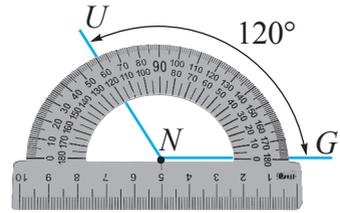
◆ Pentru a obține unitatea de măsură a unghiurilor, oamenii „au împărțit” unghiul alungit în 180 de părți egale, au considerat că o parte (din cele 180) are măsura de **un grad** și au notat 1° (vezi desenul).



• Deci, măsura unghiului alungit este de 180° .

• Măsura unghiului drept este de 90° (citim „90 de grade”).

- ◆ Pentru a afla măsura unui unghi arbitrar, trebuie să aflăm câte unghiuri de 1° „încap” în acest unghi. Unul dintre cele mai utilizate instrumente pentru măsurarea unghiurilor este **raportorul**. Pentru a măsura un unghi, plasăm astfel raportorul, încât vârful unghiului să coincidă cu centrul semicercului raportorului, iar o latură să treacă prin notația 0. Astfel, cealaltă latură va trece prin notația care va arăta măsura unghiului. Unghiul UNG din desen este de 120° .



Notăm: $m(\angle UNG) = 120^\circ$.

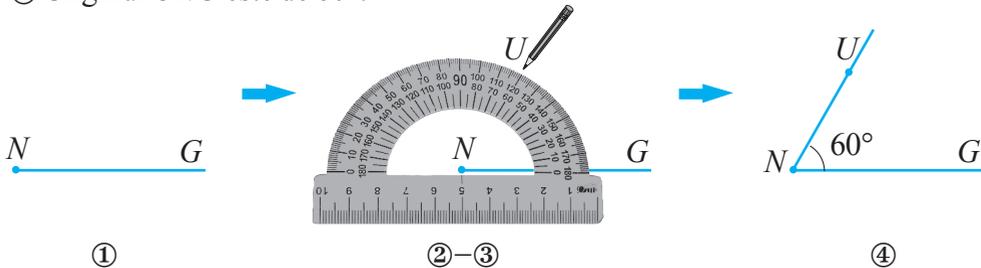
Activitate practică

- Utilizați raportorul pentru a rezolva problema Mihaelei.

3 Cum se construiește cu ajutorul raportorului un unghi de 60° ?

Rezolvare:

- ① Construim semidreapta $[NG]$.
- ② Plasăm astfel raportorul, încât centrul semicercului său să coincidă cu punctul N , iar semidreapta $[NG]$ să treacă prin notația 0.
- ③ Construim punctul U în dreptul notației 60.
- ④ Unghiul UNG este de 60° .



Activitate practică

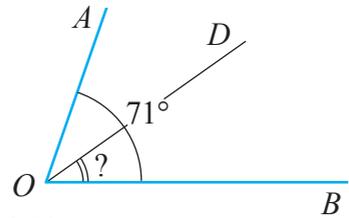
- Construiți după același procedeu un unghi: a) de 45° ; b) de 110° .

4 Semidreapta $[OD]$ împarte unghiul AOB în două unghiuri congruente. Ce măsură are unghiul AOD , dacă $m(\angle AOB) = 71^\circ$?

Rezolvare:

Evident, putem considera că $m(\angle AOD) = 71^\circ : 2 = 30,5^\circ$.

Dar ce înseamnă $0,5^\circ$?



Explicăm

Pentru a măsura mai exact unghiurile, se folosesc unități de măsură mai mici decât gradul.

Astfel, $\frac{1}{60}$ dintr-un grad se numește **minut** (se notează $'$), iar $\frac{1}{60}$ dintr-un minut se numește **secundă** (se notează $''$). Prin urmare, $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

Astfel, $30,5^\circ = 30^\circ 30'$.

Răspuns: $m(\angle AOD) = 30^\circ 30'$.

Aplicăm

5 Calculați:

a) $24^\circ 52' 48'' + 33^\circ 49' 27''$;

b) $61^\circ 32' 43'' + 47^\circ 36' 58''$.

Rezolvare:

a) $24^\circ 52' 48'' + 33^\circ 49' 27'' = 57^\circ 101' 75'' = 57^\circ 102' 15'' = 58^\circ 42' 15''$.

$$75'' = 60'' + 15'' = 1' 15''$$

$$102' = 60' + 42' = 1^\circ 42'$$

b) $61^\circ 32' 43'' - 47^\circ 36' 58'' = 61^\circ 31' 103'' - 47^\circ 36' 58'' =$

$$32' = 31' + 60''$$

$$61^\circ = 60^\circ + 60'$$

$$= 60^\circ 91' 103'' - 47^\circ 36' 58'' = 13^\circ 55' 45''.$$

Exerciții și probleme



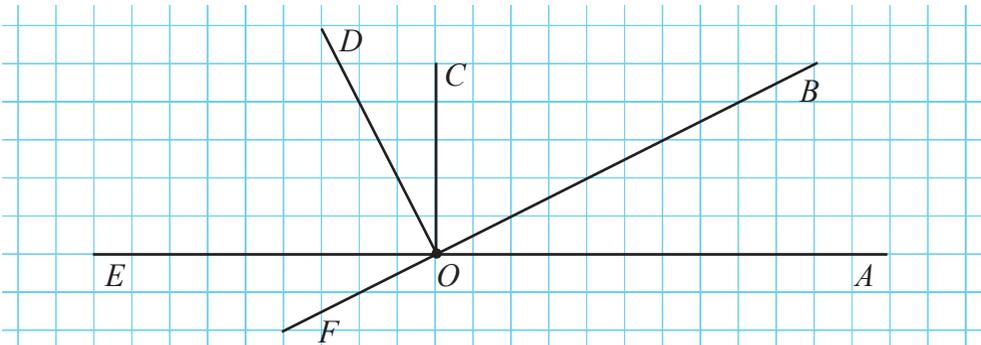
1. Examinați desenul și recunoașteți unghiurile:

a) ascuțite;

b) obtuze;

c) alungite;

d) drepte.



2. Construiți unghiurile:

- a) ABC și CBD astfel încât semidreptele BD și BA să fie opuse;
 b) ABC și DBE astfel încât fiecare din perechile de semidrepte BE și BC , BA și BD să fie semidrepte opuse.

3. Construiți două unghiuri:

- a) cu vârf comun și nicio latură comună;
 b) cu o latură comună și celelalte – semidrepte opuse.
 c) cu o latură comună și celelalte – reciproc perpendiculare.

4. Stabiliți tipul unghiului, știind că măsura lui este de:

- a) 90° ; b) 180° ; c) 60° ;
 d) 135° ; e) 0° ; f) 87° .

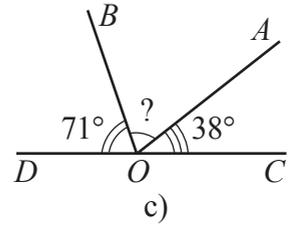
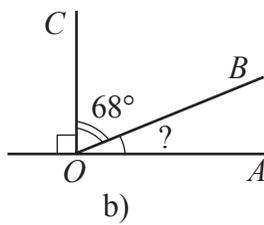
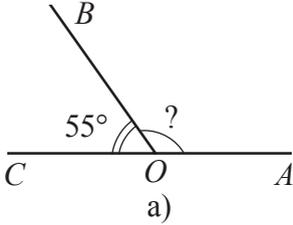
5. Construiți un unghi cu măsura de:

- a) 40° ; b) 135° ; c) 80° ; d) 155° .

6. Care este măsura unghiului descris de minutarul unui ceas timp de:

- a) 15 min.; b) 30 min.; c) 25 min.; d) 10 min.?

7. Examinați desenul și aflați măsura unghiului AOB :



8. În cât timp minutarul unui ceas va descrie un unghi cu măsura de:

- a) 30° ; b) 60° ; c) 135° ; d) 1° ?

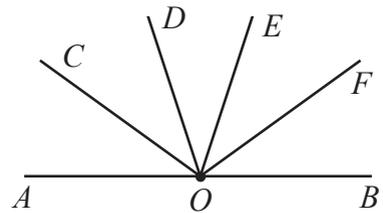
9. Calculați:

- a) $39^\circ 24' + 25^\circ 43'$; b) $67^\circ 18' + 15^\circ 24'$;
 c) $51^\circ 40' - 27^\circ 33'$; d) $120^\circ - 116^\circ 52'$.

10. Unghiul alungit AOB din desen a fost divizat de 4 semidrepte în 5 unghiuri congruente.

Aflați:

- a) $m(\angle AOC)$; b) $m(\angle COE)$;
 c) $m(\angle BOC)$; d) $m(\angle FOC)$.



11. Desenați doar cu rigla și creionul un unghi cu măsura de:

- a) mai mare de 90° ; b) mai mică de 90° .

Aflați măsura unghiului construit.

12. Calculați:

- a) $45^\circ : 2$; b) $97^\circ : 2$; c) $2 \cdot 75^\circ 38'$; d) $2 \cdot 67^\circ 29'$.

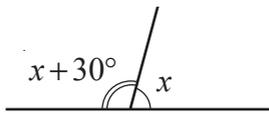
13. Scrieți fără virgulă indicând minutele și secunde:

- a) $40,15^\circ$; b) $34,45^\circ$; c) $89,22^\circ$; d) $76,18^\circ$.

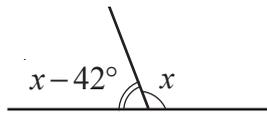
Model:

$$\begin{aligned} 54,26^\circ &= 54^\circ + 0,26^\circ = 54^\circ + (60 \cdot 0,26)' = 54^\circ + 15,6' = \\ &= 54^\circ 15' + (60 \cdot 0,6)'' = 54^\circ 15' + 36'' = 54^\circ 15' 36''. \end{aligned}$$

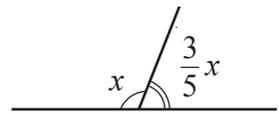
14. Examinați desenul și aflați valoarea lui x :



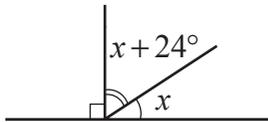
a)



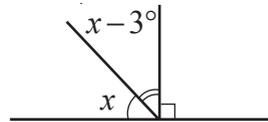
b)



c)

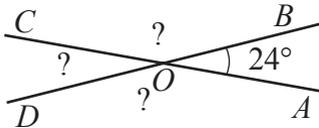


d)

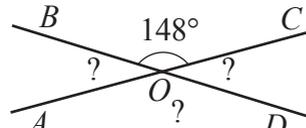


e)

15. Examinați desenul și aflați măsurile necunoscute ale unghiurilor. Trageți concluzia.



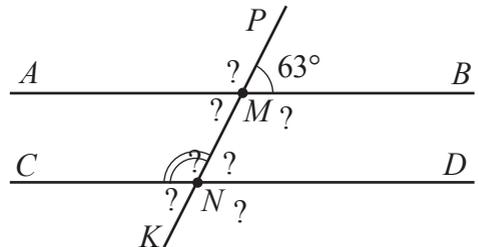
a)



b)

16. Dreptele AB și CD din desen sunt paralele. Calculați măsurile necunoscute ale unghiurilor.

Trageți concluzia.

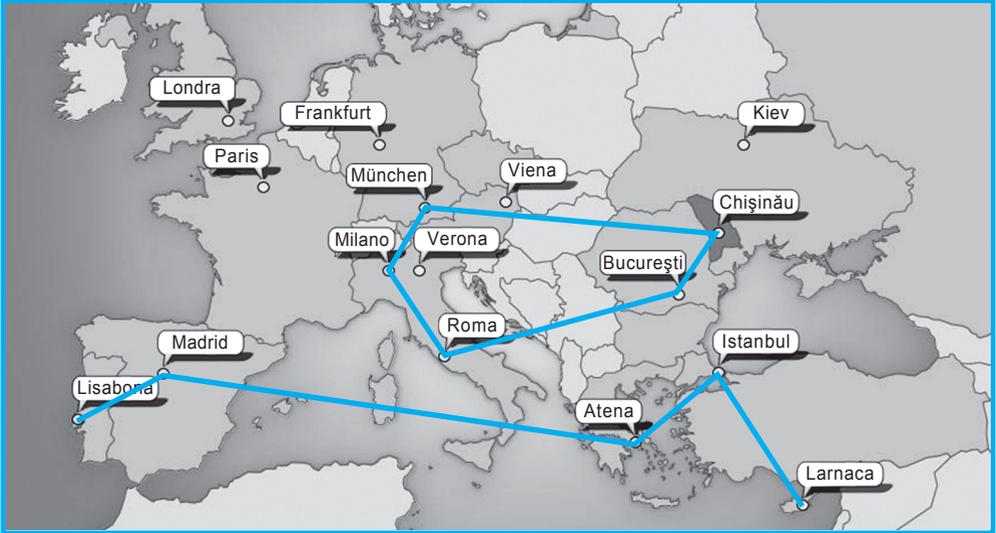


§3 Poligoane

3.1. Linii frânte. Poligoane

Cercelăm și descoperim

1 Examinați imaginea.



Cu ce figură geometrică poate fi asociat traseul de zbor:

- a) Larnaca, Istanbul, Atena, Madrid, Lisabona;
- b) Chișinău, București, Roma, Milano, München, Chișinău?

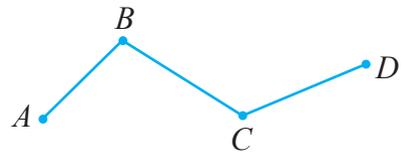
Rezolvare:

a) Traseul de zbor Larnaca, Istanbul, Atena, Madrid, Lisabona descrie o **linie frântă deschisă** cu **vârfurile** în orașele menționate.

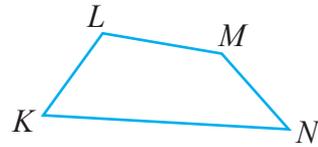
b) Traseul de zbor Chișinău, București, Roma, Milano, München, Chișinău descrie o **linie frântă închisă**.

Rețineți!

- ◆ Segmentele din care este formată linia frântă se numesc **laturi**, iar capetele acestor laturi – **vârfuri** ale liniei frânte.
- ◆ Oricare trei vârfuri consecutive ale unei **linii frânte** sunt necoliniare.
- ◆ **Linia frântă deschisă** are două vârfuri din care „pornește” doar câte o latură.



- ◆ **Linia frântă închisă** are doar vârfuri din care „pornesc” câte două laturi.
- ◆ Notăm linia frântă indicând vârfurile ei în ordinea consecutivității lor. În desene sunt reprezentate linia frântă deschisă $ABCD$ și linia frântă închisă $KLMN$.

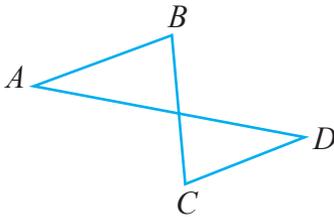


2 Construiți o linie frântă închisă:

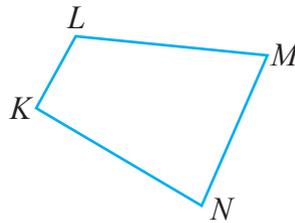
- cu 4 laturi, dintre care două nu vor avea vârf comun și se vor intersecta;
- cu 4 laturi, care se vor intersecta doar în vârfurile liniei.

Rezolvare:

a) Construim linia frântă $ABCD$.

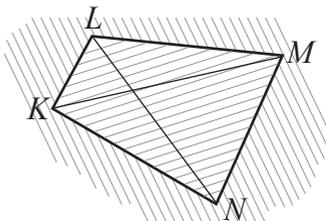


b) Construim linia frântă $KLMN$.



Rețineți!

- ◆ Linia frântă închisă, ale cărei laturi nu au alte puncte comune decât vârfurile liniei, se numește **poligon**.
Linia frântă $KLMN$, construită anterior, este un poligon cu 4 laturi. Punctele K, L, M, N sunt **vârfurile** acestui poligon.
- ◆ **Diagonala** poligonului este segmentul care unește două vârfuri nealăturate unei laturi.
- ◆ Porțiunea planului mărginită de laturile poligonului se numește **interiorul poligonului**. Cealaltă porțiune a planului se numește **exteriorul poligonului**.



$[KM], [LN]$ – diagonalele poligonului $KLMN$

 – interiorul poligonului $KLMN$

 – exteriorul poligonului $KLMN$.

3.2. Tipuri de poligoane

Ce știm? Ce aflăm?

1 Cum se numește poligonul cu 3 laturi? Ce poligoane cu 4 laturi au fost studiate în clasele precedente?

Rezolvare:

Triunghiul este un poligon cu 3 laturi. În clasele precedente am examinat pătrate și dreptunghiuri, care sunt **poligoane cu 4 laturi**.

Există și alte tipuri de poligoane cu 4 laturi.

Rețineți!

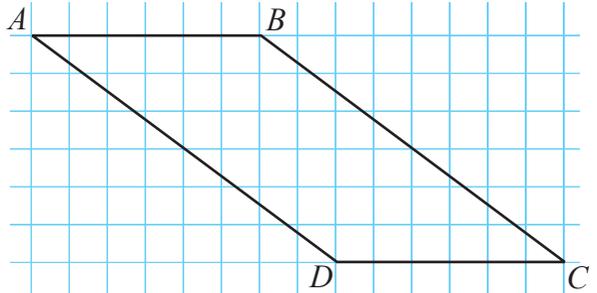
- ◆ Poligoanele se clasifică după numărul de laturi:
triunghiuri – poligoane cu 3 laturi; patrulatere – poligoane cu 4 laturi;
pentagoane – poligoane cu 5 laturi; hexagoane – poligoane cu 6 laturi etc.

2 Construiți un patrulater cu două laturi paralele și congruente. Măsurați lungimile celorlalte două laturi, apoi stabiliți poziția relativă a dreptelor care le conțin.

Rezolvare:

Patrulaterul $ABCD$ are laturile paralele AB și CD . În urma măsurării obținem că $AD = BC = 5$ cm.

Cu ajutorul a două rigle, ne convingem că dreptele AD și BC nu se intersectează. Prin urmare, perechea de laturi AD și BC are aceleași proprietăți ca și perechea AB și CD : sunt congruente și paralele.

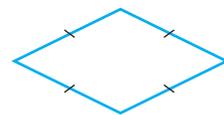


Rețineți!

- ◆ Patrulaterul cu două laturi paralele și congruente se numește **paralelogram**.

Paralelogramul are două perechi de laturi paralele și congruente.

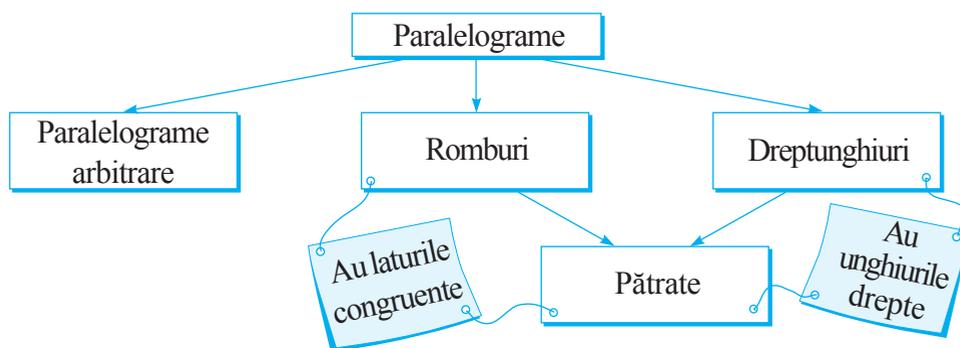
- ◆ **Rombul** este un paralelogram cu laturile congruente.



- ◆ Patrulaterul cu două laturi paralele și alte două neperalele se numește **trapez**. Laturile paralele ale trapezului se numesc **baze**.



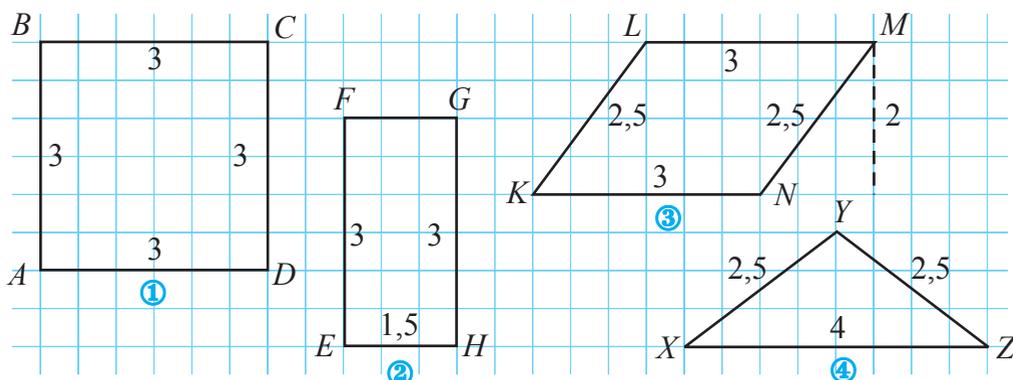
3 Examinați schema și observați tipurile speciale de paralelograme:



• Cum se numește paralelogramul care este romb și dreptunghi în același timp?

3.3. Perimetrul poligonului

Examinați imaginile. Calculați perimetrul fiecărui poligon.



Rezolvare:

$$\mathcal{P}_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 3 = 12 \text{ (cm)}.$$

$$\mathcal{P}_{EFGH} = 2EF + 2FG = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1,5 = 9 \text{ (cm)}.$$

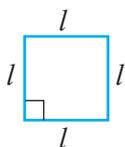
$$\mathcal{P}_{KLMN} = 2KL + 2LM = 2 \cdot 2,5 + 2 \cdot 3 = 11 \text{ (cm)}.$$

$$\mathcal{P}_{XYZ} = XY + YZ + XZ = 2,5 + 2,5 + 4 = 9 \text{ (cm)}.$$

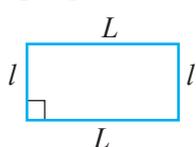


Ne amintim

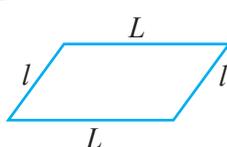
Perimetrul unui poligon este suma lungimilor laturilor lui.



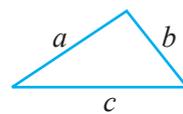
$$\mathcal{P}_{\square} = 4 \cdot l$$



$$\mathcal{P}_{\square} = 2(L + l)$$



$$\mathcal{P}_{\square} = 2(L + l)$$



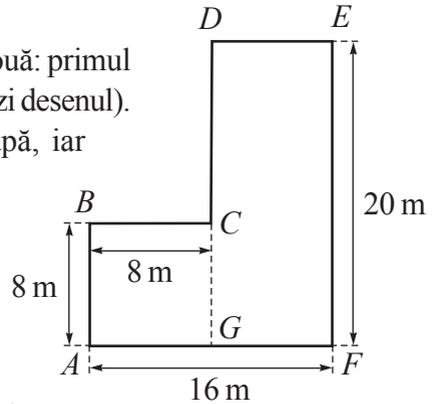
$$\mathcal{P}_{\triangle} = a + b + c$$

3.4. Aria pătratului. Aria dreptunghiului

Ce știm? Ce aflăm?

1 Un fermier a împărțit un lot de pământ în două: primul are formă pătratică, al doilea – dreptunghiulară (vezi desenul). Suprafața mai mică a fost însămânțată cu ceapă, iar suprafața mai mare – cu usturoi.

Ce suprafață a fost însămânțată cu ceapă și ce suprafață – cu usturoi?



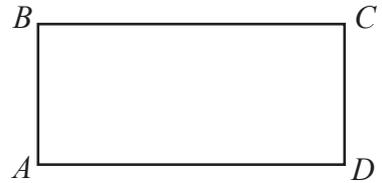
Rezolvare:

- ① $\mathcal{A}_{ABCG} = AB^2 = 8^2 = 64 \text{ (m}^2\text{)}$.
- ② $DE = AF - AG = AF - BC = 16 - 8 = 8 \text{ (m)}$.
- ③ $\mathcal{A}_{DEFG} = DE \cdot EF = 8 \cdot 20 = 160 \text{ (m}^2\text{)}$.
- ④ Observăm că $\mathcal{A}_{DEFG} > \mathcal{A}_{ABCG}$, deoarece $160 > 64$.

Răspuns: 64 m^2 – cu ceapă; 160 m^2 – cu usturoi.

Complețăm și comentăm

2 Perimetrul unui dreptunghi este de 96 m. Știind că lățimea dreptunghiului reprezintă 50% din lungimea acestuia, să se afle aria dreptunghiului.



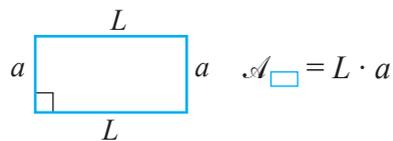
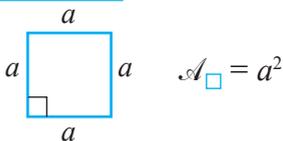
Rezolvare:

- ① Deoarece AB reprezintă 50% din BC , rezultă că $BC = 2AB$.
- ② $\mathcal{P}_{ABCD} = 2(AB + BC) = 2(AB + 2AB) = 2 \cdot 3 \cdot AB = 6AB$.
- ③ $\mathcal{P}_{ABCD} = 96 \text{ m}$, deci, $6AB = 96 \text{ m}$.
- ④ $AB = \square : \square \text{ (m)}$.
- ⑤ $BC = 2AB = 2 \cdot \square = \square \text{ (m)}$.
- ⑥ $\mathcal{A}_{ABCD} = \square \cdot \square = \square \cdot \square = \square \text{ m}^2$.

Răspuns: $\square \text{ m}^2$.



Rețineți!



Exerciții și probleme

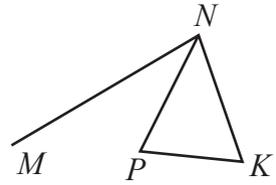
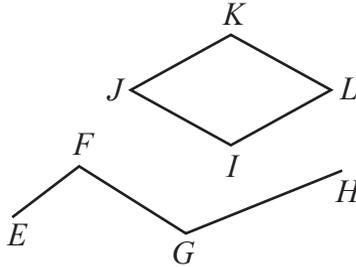
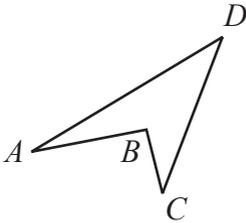


1. Examinați desenul. Recunoașteți:

a) liniile frânte deschise;

b) liniile frânte închise;

c) poligoanele.



2. Construiți:

a) o linie frântă închisă cu 5 laturi;

b) o linie frântă deschisă cu 6 laturi;

c) un poligon cu 5 laturi;

d) o linie frântă închisă cu 5 laturi, care nu este poligon.

3. Construiți:

a) un paralelogram cu laturile de 6 cm și 8 cm;

b) un trapez cu bazele de 3 cm și 5 cm;

c) un romb cu diagonalele de 4 cm și 7 cm;

d) un pătrat cu diagonalele de 5 cm.

4. Aflați perimetrul poligonului cu laturile de lungimile:

a) 3 cm; 4,2 cm; 5,8 cm; 6 cm;

b) $\frac{2}{3}$ cm; $\frac{4}{3}$ cm; 1 cm; 1,5 cm.

5. Câte diagonale are un poligon cu:

a) 5 laturi;

b) 6 laturi?

6. Aflați aria unui pătrat cu latura de:

a) 8 cm;

b) $3\frac{1}{4}$ cm;

c) 2,05 cm;

d) 7,(3) cm.

7. Aflați aria unui dreptunghi cu laturile de:

a) 6 cm și 10 cm;

b) 8,5 cm și 2,4 cm;

c) $4\frac{1}{6}$ cm și 12 cm.

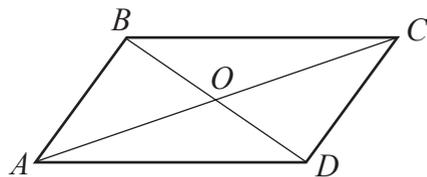
8. În desen este reprezentat paralelogramul $ABCD$. Completați:

a) $BC \parallel$;

b) \cap = $\{O\}$;

c) $[AB] \equiv$;

d) $\equiv [OC]$.





9. Ce proprietăți comune au:

- a) paralelogramul și trapezul;
- b) paralelogramul și dreptunghiul;
- c) rombul și pătratul;
- d) pătratul și dreptunghiul?

10. Construiți un paralelogram $KLMN$.

Utilizând raportorul, măsurați, apoi completați:

- a) $\angle K \equiv$;
- b) $\angle N \equiv$;
- c) $m(\angle K) + m(\angle N) =$.

Trageți concluziile.

11. Aflați perimetrul:

- a) unui triunghi cu laturile de $3\frac{1}{2}$ cm; 4,6 cm și 5,9 cm;
- b) unui pătrat cu latura de 2,(7) cm;
- c) unui dreptunghi cu laturile de 25,6 cm și 34,3 cm;
- d) unui romb cu latura de $5\frac{1}{9}$ cm.

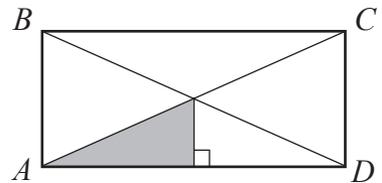


12. O stradă de forma unui dreptunghi cu lungimea de 0,75 km și lățimea de 10,5 m a fost asfaltată. Să se afle aria suprafeței asfaltate.

13. O echipă de muncitori a montat 32 de geamuri, fiecare având forma unui dreptunghi cu dimensiunile de 45 cm și 75 cm. Costul montării unui metru pătrat de geam este de 80 lei. Aflați cât a costat întreaga lucrare.

14. Suma lungimilor laturilor unui patrulater este de 66 dm. Să se afle lungimea fiecărei laturi, știind că ele sunt numere consecutive.

15. Suprafața colorată a dreptunghiului este de 12 cm^2 . Să se afle aria dreptunghiului $ABCD$.



16. Compuneți o problemă cu referire la:

- a) perimetrul dreptunghiului și aria pătratului;
- b) aplicații ale ariilor pătratului și dreptunghiului.

§4 Cercul. Discul

4.1. Elementele cercului

Ce știm? Ce aflăm?

1 Examinați imaginea. Ce figură geometrică a descris pe gheață fiecare copil?



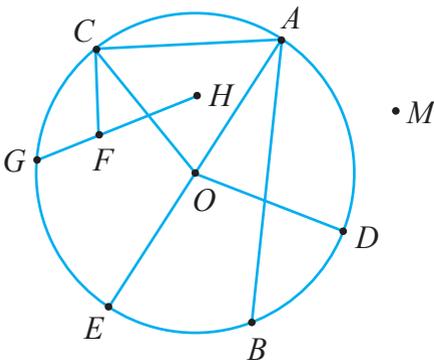
Explicăm

Ana a descris o **linie curbă deschisă**.

Dan a descris o **linie curbă închisă**.

Mihai a descris **un cerc**.

2 Examinați desenul (O este centrul cercului) și completați adecvat.



- $OA = \square = OE = \square$.
- $[OD] \equiv \square \equiv \square$.
- Segmentele \square sunt raze ale cercului.
- \square este diametru al cercului.
- \square sunt coarde ale cercului.
- Punctele \square aparțin interiorului cercului.
- Punctele \square nu aparțin cercului.

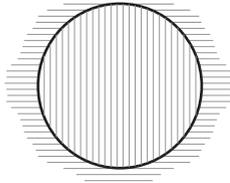
Ne amintim!

- ◆ Toate punctele cercului sunt egal depărtate de un punct, numit **centrul cercului**.
- ◆ Segmentul care unește centrul cercului cu un punct al cercului se numește **rază**.
- ◆ Segmentul care unește două puncte ale cercului se numește **coardă**.
- ◆ Coarda care conține centrul cercului se numește **diametru**.
- ◆ Pentru a construi un cerc, folosim **compasul**.



Rețineți!

- ◆ Porțiunea planului mărginită de cerc se numește **interiorul cercului**. Cealaltă porțiune a planului se numește **exteriorul cercului**.
- ◆ Cercul împreună cu interiorul său se numește **disc**.



-  – interiorul cercului
-  – exteriorul cercului

4.2. Lungimea cercului. Aria discului

Cercelăm și descoperim

1 Mihai a măsurat cu ajutorul metrului de croitorie diametrul d al bazei și lungimea L a cercului din baza a două vase. Calculați valoarea aproximativă a raportului $\frac{L}{d}$ pentru fiecare vas.

Ce observați?



$$L \approx 79,8 \text{ cm}, d \approx 25,4 \text{ cm}$$



$$L \approx 59,7 \text{ cm}, d \approx 19 \text{ cm}$$



Rezolvare:

$$\textcircled{1} \frac{L}{d} \approx \frac{79,8}{25,4} \approx 3,14.$$

$$\textcircled{2} \frac{L}{d} \approx \frac{59,7}{19} \approx 3,14.$$

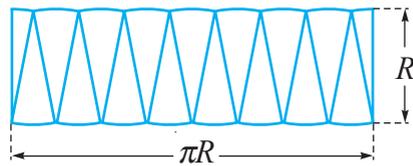
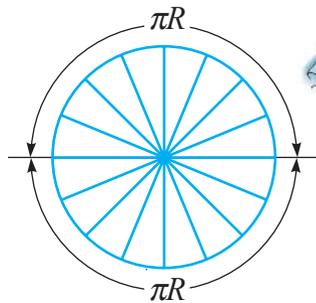
Rețineți!

- ◆ Raportul dintre lungimea unui cerc și diametrul său este un număr constant (care nu este rațional), notat cu litera grecească π (se citește „pi”).
 $\pi \approx 3,1416$.
- ◆ **Lungimea oricărui cerc** poate fi calculată cu ajutorul formulei $L = \pi \cdot d$, unde d este diametrul cercului. Dacă se știe raza R a cercului, lungimea lui poate fi calculată cu ajutorul formulei $L = 2 \cdot \pi \cdot R$.

- Calculați lungimea aproximativă a cercului cu raza de 5 cm.

2 Știetot a descoperit formula de calcul a ariei discului. Observați cum a procedat:

- A împărțit discul în sectoare.
- A aranjat sectoarele astfel încât a obținut o suprafață aproximativ dreptunghiulară cu dimensiunile aproximative πR și R (vezi imaginea).
- Aria dreptunghiului obținut este $\pi R \cdot R = \pi R^2$.
- Prin urmare, aria discului poate fi calculată cu ajutorul formulei $\mathcal{A} = \pi R^2$, unde R este raza discului.



Rețineți!

Aria discului se calculează după formula $\mathcal{A} = \pi R^2$, unde R este raza discului.

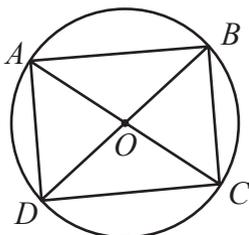
- Calculați aria aproximativă a unui disc cu raza de 10 cm.

Exerciții și probleme

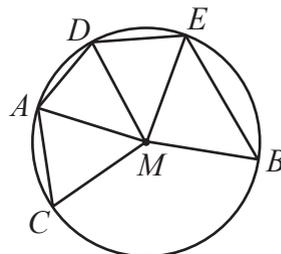
1. Desenați:

- a) o curbă deschisă;
- b) o curbă închisă;
- c) un cerc cu raza de 4 cm.

2. Examinați desenul și recunoașteți elementele cercului (raze, coarde, diametre, centru):



a)

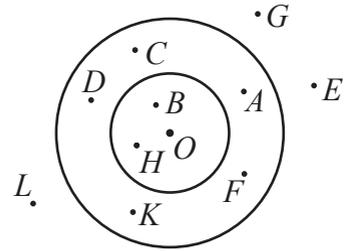


b)

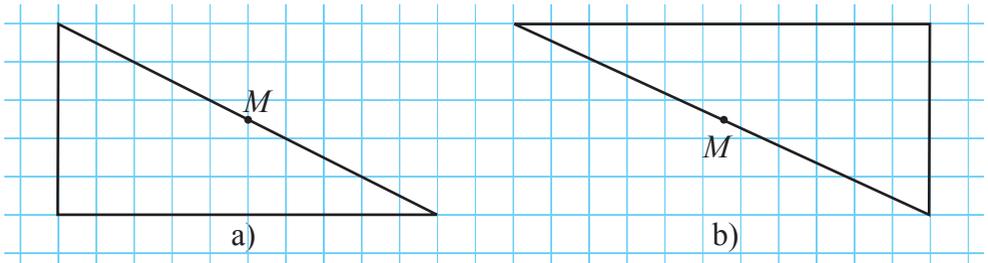
3. Examinați desenul (O este centrul cercurilor).

Aflați mulțimea:

- a) M a punctelor care aparțin interiorului cercului mic;
 b) N a punctelor care aparțin exteriorului cercului mare;
 c) P a punctelor care aparțin interiorului cercului mare și exteriorului cercului mic;
 d) Q a punctelor care aparțin exteriorului cercului mic.



4. Construiți un cerc cu raza de 4 cm și un punct M situat la distanța de 7 cm de centrul cercului. Construiți punctele de pe cerc situate la distanța:
 a) 5 cm de punctul M ; b) 7 cm de punctul M ; c) 11 cm de punctul M .
5. Calculați lungimea cercului cu raza de:
 a) 4 cm; b) $\frac{6}{\pi}$ cm; c) 0,(4) cm; d) $3\frac{2}{3}$ cm.
6. Calculați lungimea cercului cu diametrul de:
 a) 10 cm; b) $6\frac{2}{5}$ cm; c) 2,2(6) cm; d) $\frac{1}{\pi}$ cm.
7. Calculați aria discului cu raza de:
 a) 10 cm; b) $\frac{3}{4}$ cm; c) 2,(3) cm; d) $\frac{2}{\pi}$ cm.
8. Calculați aria discului cu diametrul de:
 a) 8 cm; b) $1\frac{2}{5}$ cm; c) $\frac{10}{\pi}$ cm; d) 4,(4) cm.
9. Punctul M în desen este mijlocul laturii pe care se află. Utilizând compasul, comparați între ele distanțele de la punctul M până la vârfurile triunghiului. Trageți concluzia. Reproduceți desenul, apoi construiți un cerc cu centrul M , care să conțină vârfurile triunghiului.



10. Desenați două cercuri astfel încât distanța dintre centrele lor să fie:
 a) egală cu suma razelor lor;
 b) egală cu diferența razelor lor;
 c) mai mare decât suma razelor lor.

11. Raza unui cerc este de 10 cm. Punctul O este centrul cercului. Care este poziția punctului M față de cerc, dacă:

- a) $MO = 7,5$ cm; b) $MO = 10$ cm; c) $MO = 12$ cm; d) $MO = 5\frac{2}{3}$ cm?



12. Câte puncte comune au două cercuri dacă distanța dintre centrele lor este de 8 cm, iar razele lor sunt respectiv de:

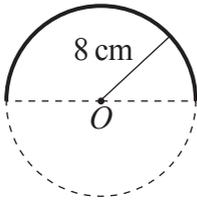
- a) 5 cm și 6 cm; b) $2\frac{1}{4}$ cm și $5\frac{3}{5}$ cm; c) 4,(8) cm și 3,(2) cm;
d) 2 cm și 6 cm; e) 3 cm și $4\frac{1}{7}$ cm?

13. *Adevărat sau Fals?*

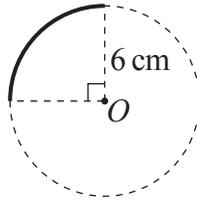
- a) Orice diametru separă cercul în două semicercuri.
b) Un diametru este de două ori mai scurt decât o rază a aceluiași cerc.
c) Două cercuri cu raze de aceeași lungime prin suprapunere coincid.
d) O coardă a cercului este segmentul determinat de două puncte de pe cerc.
e) Nu există un cerc cu câteva diametre.
f) Două cercuri pot avea doar un punct comun.
g) Două cercuri pot avea 3 puncte comune.
h) O dreaptă și un cerc pot avea cel mult două puncte comune.



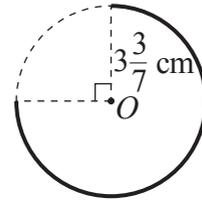
14. Examinați desenul și calculați lungimile porțiunii de cerc (O este centrul cercului):



a)



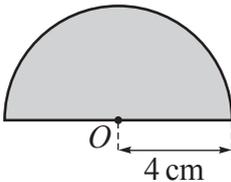
b)



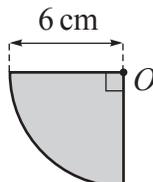
c)

15. Construiți segmentul AB de 3 cm, apoi construiți un cerc astfel încât punctele A și B să aparțină acestui cerc.

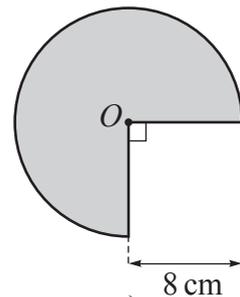
16. Examinați desenul și calculați aria porțiunii de disc (O este centrul discului):



a)



b)



c)

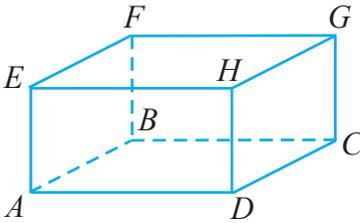
§ 5 Corpuri geometrice

5.1. Cubul, cuboidul, piramida



Ne amintim

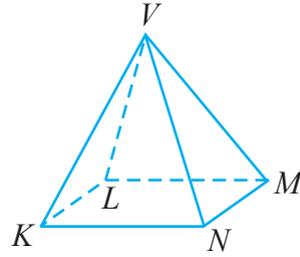
1 Examinați corpurile geometrice reprezentate.



①

Cuboid

(Paralelipiped dreptunghic)

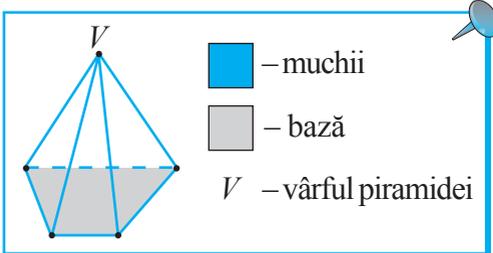
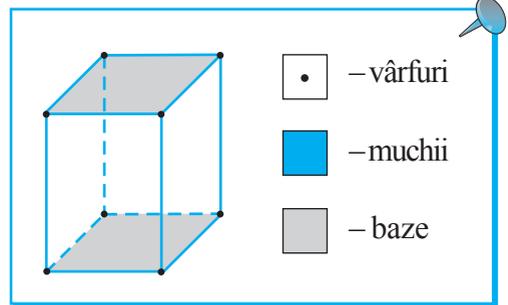


②

Piramidă

Completați adecvat:

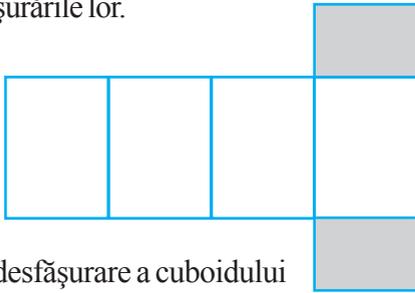
- ✓ Cuboidul $ABCDEFGH$ are baze, fețe laterale, vârfuri, 12 .
- ✓ Fețele cuboidului sunt .
- ✓ sunt mărginite de dreptunghiuri congruente.



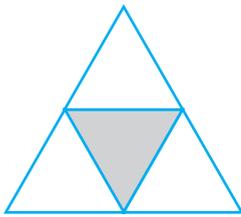
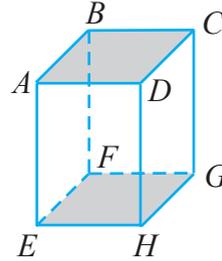
- ✓ Piramida $VKLMN$ are o bază, vârfuri, 4 și 8 .
- ✓ este baza piramidei $VKLMN$.
- ✓ Baza piramidei patrulateră este un .
- ✓ Cuboidul cu toate muchiile congruente este .

Cercetăm și descoperim

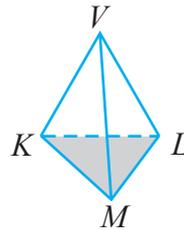
2 Știțot a confecționat din carton două corpuri geometrice. Mai întâi, el a decupat desfășurările lor.



O desfășurare a cuboidului
 $ABCDEFGH$



O desfășurare a piramidei $VKLM$



- Construiți alte desfășurări ale corpurilor geometrice de la sarcina 2.
- Reprezentați desfășurarea unui cub cu muchia de 3 cm.

Aplicăm

3 Cuboidul din imagine a fost confecționat din carton. Aflați aria \mathcal{A} a suprafeței ocupate de desfășurarea cuboidului și volumul lui.

Rezolvare:

Desfășurarea cuboidului este formată din 6 suprafețe dreptunghiulare:

- două cu dimensiunile de 8 cm și 15 cm;
- două cu dimensiunile de 10 cm și 15 cm;
- două cu dimensiunile de 8 cm și 10 cm.

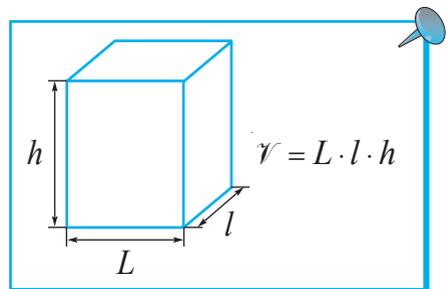
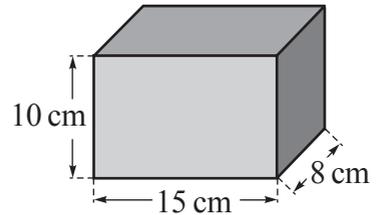
Prin urmare,

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= 2 \cdot 8 \cdot 15 + 2 \cdot 10 \cdot 15 + 2 \cdot 8 \cdot 10 = \\ &= 2(8 \cdot 15 + 10 \cdot 15 + 8 \cdot 10) = 700 (\text{cm}^2).\end{aligned}$$

Volumul cuboidului este egal cu produsul celor trei dimensiuni ale lui.

$$\mathcal{V} = 8 \cdot 10 \cdot 15 = 1200 (\text{cm}^3).$$

Răspuns: $\mathcal{A}_{\text{Tot}} = 700 \text{ cm}^2$, $\mathcal{V} = 1200 \text{ cm}^3$.



Rețineți!

Aria totală (\mathcal{A}_{Tot}) a unui cuboid este suma ariilor tuturor fețelor cuboidului și se calculează cu ajutorul formulei:

$$\mathcal{A}_{Tot} = 2(L \cdot l + L \cdot h + l \cdot h),$$

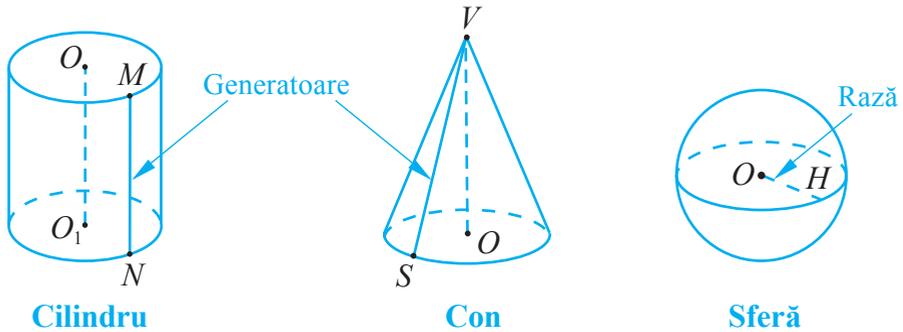
unde L, l și h sunt dimensiunile cuboidului.

- Calculați aria totală și volumul unui cuboid cu dimensiunile 9 cm, 6 cm și $4\frac{1}{3}$ cm.

5.2. Corpuri rotunde

Ce știm? Ce aflăm?

1 Examinați corpurile geometrice reprezentate.



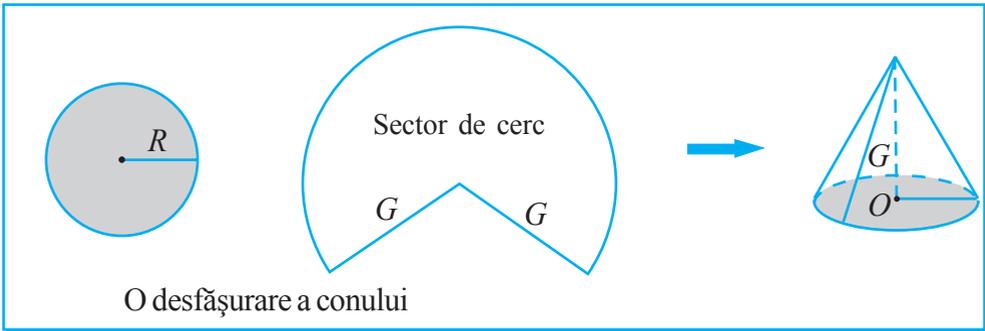
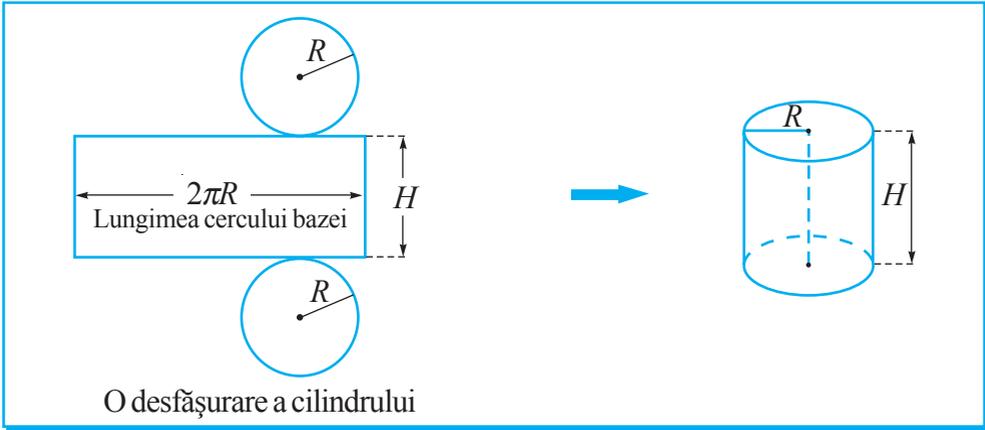
Completați adecvat:

- ✓ Cilindrul are baze – discuri paralele de aceeași rază.
- ✓ Baza conului este un .
- ✓ Toate punctele sunt egal depărtate de un punct, numit .
- ✓ Raza sferei este segmentul care unește cu un punct al sferei.
- ✓ Segmentul este înălțimea cilindrului, iar înălțimea conului.

Rețineți!

- ♦ **Generatoare a cilindrului** este orice segment care unește două puncte ce aparțin cercurilor bazelor cilindrului și este paralel cu dreapta determinată de centrele acestor baze.
- ♦ **Generatoare a conului** este orice segment care unește vârful conului cu un punct ce aparține cercului bazei conului.

2 Examinați desfășurarea cilindrului și a conului.



• Reprezentați desfășurarea:

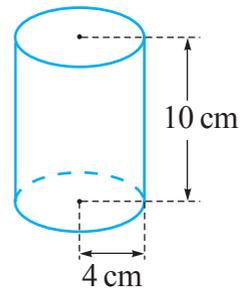
- unui cilindru cu înălțimea de 5 cm și raza bazelor de 3 cm;
- unui con cu generatoarea de 4 cm și raza bazei de 2,5 cm.

Aplicăm

3 Aflați aria suprafeței ocupate de desfășurarea unui cilindru cu înălțimea de 10 cm și raza bazei de 4 cm.

Rezolvare:

Desfășurarea cilindrului din imagine este formată dintr-un dreptunghi cu dimensiunile de $2\pi \cdot 4$ cm, 10 cm și din două cercuri cu raza de 4 cm.



$$A_{\circ} = \pi R^2$$

$$A_{\square} = L \cdot l$$

Prin urmare,

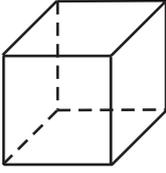
$$A = 2\pi \cdot 4 \cdot 10 + 2 \cdot \pi \cdot 4^2 = \pi(80 + 32) = 112\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Răspuns: $112\pi \text{ cm}^2$.

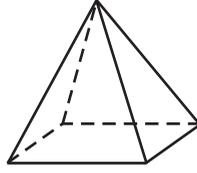
Exerciții și probleme



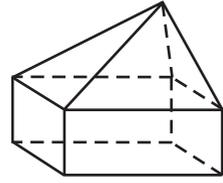
1. Examinați desenul și aflați câte muchii are corpul geometric:



a)



b)



c)

2. Examinați desenul problemei 1 și aflați câte fețe are fiecare corp geometric.

3. Stabiliți câte vârfuri are o piramidă:

a) patrulateră;

b) pentagonală;

c) hexagonală.

4. Aflați volumul unui cub cu muchia de:

a) 10 cm;

b) $2\frac{2}{3}$ cm;

c) 4,(6) cm.

5. Aflați volumul unui cuboid cu dimensiunile:

a) 3 cm, 5 cm, 8 cm;

b) 4 cm, $3\frac{1}{4}$ cm, 8 cm;

c) 9 cm, 6,(3) cm, 7 cm.

6. Aflați aria totală a unui cub cu muchia de:

a) 8 cm;

b) $5\frac{1}{6}$ cm;

c) 2,1(3) cm.

7. Aflați aria totală a unui cuboid cu dimensiunile:

a) 6 cm, 8 cm, 10 cm;

b) 4 cm, 6 cm, $2\frac{1}{6}$ cm;

c) 9,(4) cm, 12 cm, 9 cm.

8. În desen este reprezentat un cub. Precizați:

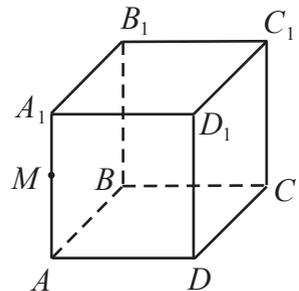
a) dreptele paralele cu AD ;

b) dreptele paralele cu DC ;

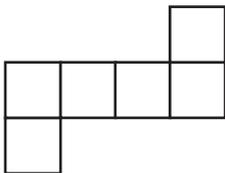
c) dreptele concurente în punctul B ;

d) trei puncte necoliniare;

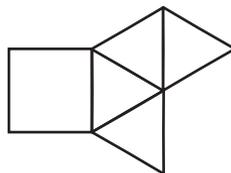
e) perechile de drepte care nu sunt nici paralele și nici concurente.



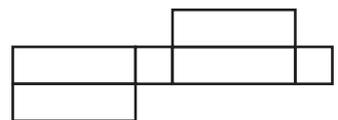
9. Desfășurarea cărui corp geometric este reprezentată în desen?



a)



b)

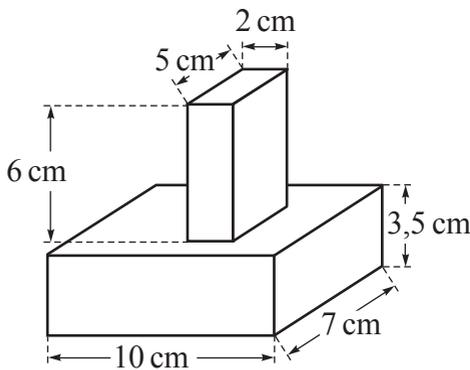


c)

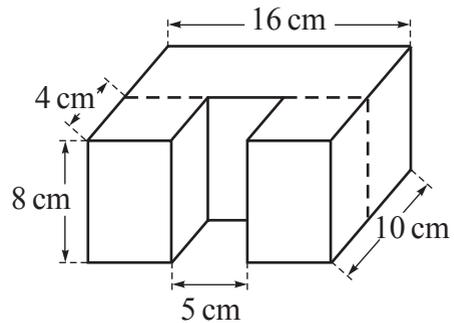
10. Reprezentați desfășurarea:
- unui cub cu muchia de 5 cm;
 - unui cuboid cu dimensiunile 4 cm, 5 cm, 6 cm;
 - unei prisme triunghiulare cu muchiile bazei de 3 cm și muchiile laterale de 5 cm.
11. Reprezentați desfășurarea unui cilindru:
- cu raza bazelor de 4 cm și înălțimea de 3 cm;
 - cu diametrul bazelor de 7 cm și înălțimea de 4 cm;
 - cu înălțimea congruentă cu diametrul bazelor, egal cu 5 cm.



12. Aflați volumul corpului din imagine care este format din cuboizi:



a)



b)

13. Un bazin are forma unui cuboid cu dimensiunile bazei de 10 m și 15 m. Ce adâncime are bazinul, dacă în el încap $352,5 \text{ m}^3$ de apă?
14. Un hambar are forma unui cuboid cu dimensiunile 20,5 m, 6 m și 5 m. Ce cantitate de fân poate fi păstrată în el, dacă 1 m^3 de fân cântărește 52 kg?
15. Mihai taie cubulețe cu muchia de 2 cm dintr-o bucată de lemn de forma unui cuboid cu dimensiunile 12 cm, 16 cm, 10 cm. Ce lungime va avea șirul de cubulețe puse „cap la cap”?
16. Aflați masa unei bucăți de fier de forma unui cuboid cu dimensiunile 6 cm, 10 cm, 15 cm, dacă se știe că densitatea fierului este de $7,8 \text{ g/cm}^3$.
17. Știind că densitatea fierului este de $7,8 \text{ g/cm}^3$, aflați care este lungimea muchiei unui cub de fier cu masa de:
- 975 g;
 - 121 kg 875 g;
 - 62,4 kg.

18. Un cuboid din lemn are dimensiunile 16 cm, 10 cm, 12 cm. Ce volum maxim va avea un cub care poate fi confecționat din cuboidul dat?



19. O bucată de săpun are forma unui cuboid cu dimensiunile 8 cm, 4 cm și 2 cm. Pe parcursul a 7 zile de folosire, toate dimensiunile săpunului s-au micșorat de 2 ori. Pentru câte zile va ajunge bucata de săpun rămasă?

Să recapitulăm

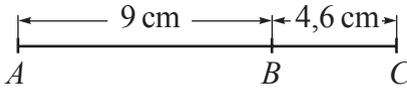
1. Care sunt noțiunile geometrice de bază?
2. Cum se notează noțiunile geometrice de bază?
3. Prezentați exemple de asocieri cu drepte, puncte, semidrepte, segmente, drepte paralele, drepte perpendiculare, drepte concurente din lumea înconjurătoare.
4. Care segmente sunt congruente? Cum se notează?
5. Pentru ce se utilizează rigla gradată? Dar echerul? Compasul?
6. Ce instrument nou ați studiat în clasa a VI-a? Pentru ce se utilizează?
7. Cum se clasifică unghiurile?
8. Care sunt unitățile de măsură a unghiului?
9. Care unghiuri sunt congruente? Cum se notează?
10. Ce tipuri de linii frânte cunoașteți?
11. Ce este poligonul?
12. Care este cel mai simplu poligon?
13. Cum se clasifică poligoanele?
14. Care sunt elementele unui poligon?
15. Cum se clasifică patrulatele?

16. Prin ce diferă paralelogramul de trapez?
17. Care sunt asemănările dintre pătrat și romb?
18. Cum se clasifică paralelogramele?
19. Ce înseamnă a afla perimetrul unui poligon?
20. Cum se calculează aria pătratului? Dar aria dreptunghiului?
21. Cum poate fi construit un cerc? Care sunt elementele cercului?
22. Care este deosebirea dintre cerc și disc?
23. Cum se calculează lungimea cercului? Dar aria discului?
24. Ce reprezintă numărul π ?
25. Ce corpuri geometrice ați studiat?
26. Care sunt elementele cubului, cuboidului, piramidei?
27. Prezentați câteva variante de desfășurare a cubului, cuboidului, piramidei.
28. Cum se calculează volumul cubului? Dar al cuboidului?
29. Ce figuri geometrice plane sunt elemente ale corpurilor geometrice studiate?
30. Care sunt desfășurările corpurilor rotunde studiate?
31. Care sunt elementele corpurilor rotunde studiate?
32. Cum pot fi calculate ariile suprafețelor corpurilor geometrice studiate?
33. Prezentați exemple de construcții din localitate ce conțin corpurile geometrice studiate.

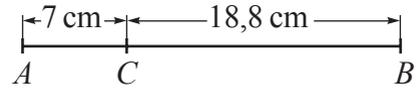
Exerciții și probleme recapitulative



- Construiți și notați:
 - două drepte concurente;
 - două segmente paralele intersectate de o semidreaptă;
 - un paralelogram;
 - un romb;
 - un trapez cu laturile laterale congruente.
- Citiți, apoi reprezentați printr-un desen:
 - $M \in [CD]$, $CD \parallel AB$;
 - $\{X, Y, Z\} \subset MN$, $MN \cap AB = \{Y\}$;
 - $[BA \perp [BC$, $[KM \parallel [BC$, $K \in [BA$;
 - $AB \parallel CD$, $KP \cap AB = \{M\}$, $KP \cap CD = \{N\}$.
- Aflați distanța dintre mijloacele segmentelor AB și BC .

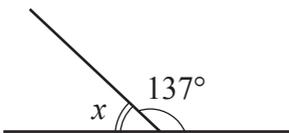


a)

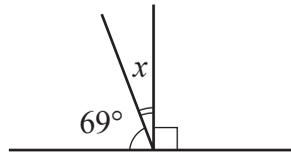


b)

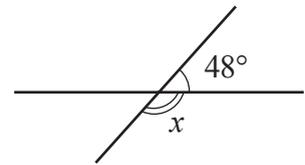
- Stabiliți tipul unghiului, știind că măsura lui este de:
 - 21° ;
 - 99° ;
 - 135° ;
 - 88° ;
 - 180° .
- Care este măsura unghiului descris de acul orar al unui ceas timp de:
 - 3 ore;
 - 6 ore;
 - 2 ore;
 - 5 ore?
- Calculați:
 - $44^\circ 38' 15'' + 29^\circ 46' 28''$;
 - $66^\circ 58' 11'' + 17^\circ 24' 43''$;
 - $100^\circ 50' 42'' - 83^\circ 55' 28''$;
 - $108^\circ 12' 14'' - 57^\circ 57' 16''$.
- Examinați desenul și calculați valoarea lui x :



a)



b)

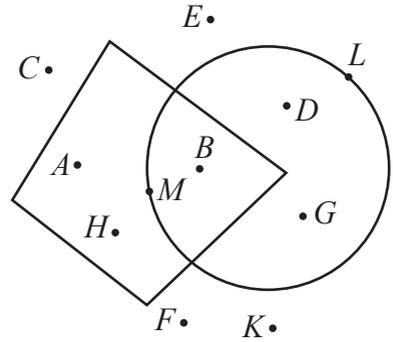


c)

- Construiți:
 - o linie frântă deschisă cu 6 laturi;
 - o linie frântă închisă cu 5 vârfuri;
 - o linie frântă închisă, care să nu fie poligon.

9. Aflați lungimea laturii unui poligon cu 5 laturi congruente, dacă se știe că perimetrul poligonului este de 1,8 dm.

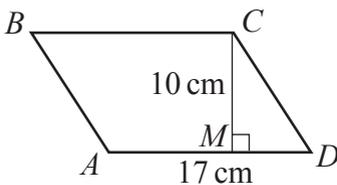
10. Examinați desenul, apoi selectați punctele care:
- aparțin interiorului patrulaterului și exteriorului cercului;
 - aparțin cercului și exteriorului patrulaterului;
 - aparțin interioarelor ambelor figuri;
 - aparțin exterioarelor ambelor figuri.



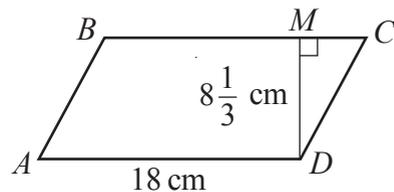
11. Calculați perimetrul:
- unui romb cu laturile de 8,3 cm;
 - unui dreptunghi cu laturile de 6 cm și 2,4 cm;
 - unui paralelogram cu laturile de 7,5 cm și 3,8 cm;
 - unui pătrat cu latura de 9,(2) cm.
12. Calculați aria:
- unui pătrat cu latura de 6,1 cm;
 - unui dreptunghi cu laturile de 5 cm și 8,2 cm;
 - unui romb cu diagonalele de 0,75 cm și 4 cm;
 - unui pătrat cu perimetrul de 1 m.
13. Aflați aria discului cu raza de:
- $\frac{8}{\pi}$ cm;
 - 14 cm;
 - $\frac{1}{20}$ m.
14. Aflați volumul unui cuboid cu dimensiunile de:
- 10 cm, 11 cm, 12 cm;
 - 4 cm, $\frac{1}{8}$ cm, 8 cm.
15. Aflați aria totală a fiecărui cuboid de la exercițiul 14.



16. Examinați desenul și calculați aria paralelogramului $ABCD$:



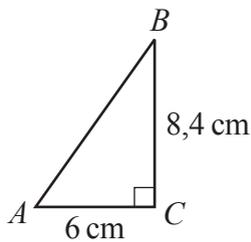
a)



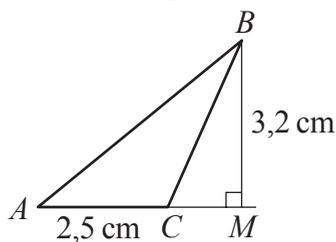
b)

Indicație: Reduceți rezolvarea la aflarea ariei unui dreptunghi.

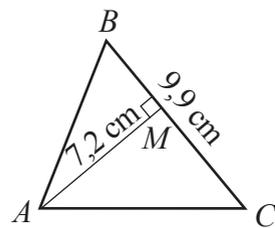
17. Examinați desenul și calculați aria triunghiului ABC :



a)



b)



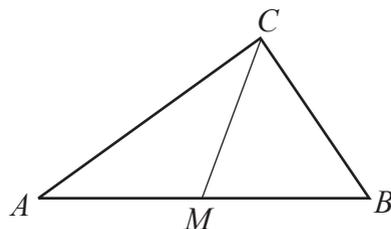
c)

Indicație: Reduceți rezolvarea la aflarea ariei unui dreptunghi.

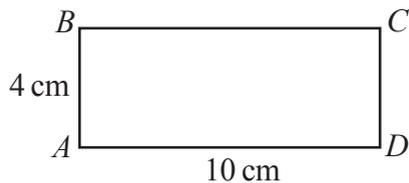
18. Aflați lungimile laturilor unui dreptunghi cu aria de 192 cm^2 , dacă se știe că ele se raportează ca $3 : 4$.



19. Arătați că dacă M este mijlocul laturii AB a triunghiului ABC , atunci ariile triunghiurilor AMC și BMC sunt egale.



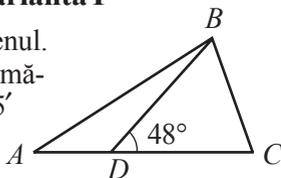
20. Examinați desenul și explicați cum poate fi divizat dreptunghiul $ABCD$ în 2 părți ale căror arii se vor raporta ca $2 : 3$.



Varianta I

1. Examinați desenul.

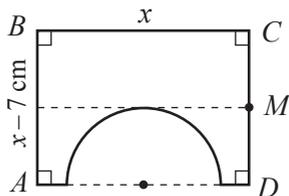
Unghiul A are măsura cu $15^\circ 45'$ mai mică decât a unghiului ADB . Completați:



- a) Punctele A , D și C sunt ...
- b) Semidreptele ... și ... sunt opuse.
- c) $m(\angle BDA) = \dots$
- d) $m(\angle A) = \dots$

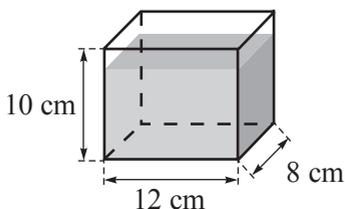
2. Examinați desenul.

$ABCD$ este dreptunghi. M este mijlocul laturii CD .



- a) Calculați diametrul cercului din care provine semicercul dacă $x = 25,4$ cm.
- b) Aflați perimetrul figurii.
- c) Aflați aria figurii.

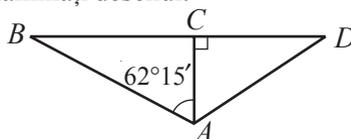
3. Într-un vas de forma unui cuboid cu dimensiunile 12 cm, 8 cm și 10 cm a fost turnat ulei (vezi desenul).



- a) La ce înălțime s-a ridicat uleiul în vas, dacă el ocupă un volum de 864 cm^3 ?
- b) Câte procente din capacitatea vasului ocupă uleiul?
- c) Cât cântărește uleiul, dacă 10 cm^3 de ulei cântăresc 8 g?

Varianta II

1. Examinați desenul.

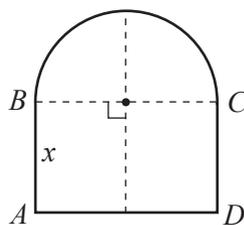


Completați:

- a) $[CB \cup \dots = BD$.
- b) $AB \cap CD = \dots$
- c) $m(\angle ACB) + m(\angle ACD) = \dots$
- d) $m(\angle ACB) = m(\angle BAC) + \dots$

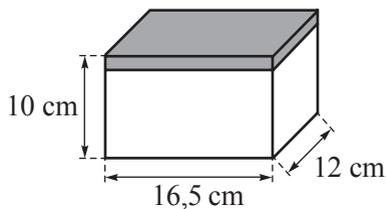
2. Examinați desenul.

$ABCD$ este dreptunghi și $AB = 0,6BC$.



- a) Calculați raza cercului din care provine semicercul dacă $x = 14,4$ cm.
- b) Aflați perimetrul figurii.
- c) Aflați aria figurii.

3. Stratul de ciocolată de pe un tort de forma unui cuboid (vezi desenul) ocupă 15% din volumul tortului.



- a) Ce volum ocupă tortul?
- b) Ce volum ocupă ciocolata?
- c) Cât cântărește ciocolata, dacă 10 cm^3 de ciocolată cântăresc 13 g?

Baremul de notare

Nota	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Nr. puncte	30-29	28-27	26-24	23-21	20-18	17-14	13-9	8-5	4-2	1-0

Capitolul 1

§ 1. 1. a) Adevărat; b) Fals; c) Adevărat. 3. a) Adevărat; b) Adevărat; c) Fals; d) Adevărat; e) Adevărat; f) Fals; g) Fals. 8. a) $A = \{257; 275; 527; 725; 572; 752\}$; b) card $A = 6$. 10. a) $M = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$; b) card $M = 12$. 12. a) $\{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$; b) $\{1; 3; 4; 5; 7\}$; e) $\{5\}$; h) \emptyset ; i) $\{4\}$; j) $\{2; 8\}$. 13. a) Fals; b) Adevărat; c) Fals. 14. a) Adevărat; b) Fals; c) Adevărat; d) Adevărat. 16. a) $\{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16\}$; b) $\{1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15\}$; c) $\{0; 1; 4; 9; 16\}$. 17. a) $\{0; 1; 2\}$; b) $\{1; 2\}$; c) $\left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right\}$. 18. 3 tufe. 20. a) $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 9; 11; 12\}$; b) $\{2; 4; 6\}$; c) \emptyset ; d) $\{2; 4; 6; 12\}$; e) $\{1; 3; 12\}$. 21. 410 elevi.

§ 2. 2. a) $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$; c) $\{15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95\}$. 3. a) $2\,456 : 5 = 491$, restul 1; d) $1\,234 : 3 = 411$, rest 1. 4. 6; 28. 5. a) 11 211, 2 880, 6 666, 7 728, 91 917; b) 2 880, 91 917. 6. a) 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18; b) 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24; e) 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100, 125, 250. 7. b) 18, 36, 54, 72, 90; c) 35, 70; d) 19, 38, 57, 76, 95. 8. 311, 137, 211, 163. 9. b) $2^4 \cdot 5$; d) $2^3 \cdot 17$; e) $2^4 \cdot 3 \cdot 5$. 10. b) 9; d) 12; e) 120. 11. b) $\frac{12}{31}$; c) $\frac{6}{7}$; d) $\frac{4}{5}$. 12. b) 45; c) 135; d) 36; e) 429; f) 192. 14. a) 1 230, 1 233, 1 236, 1 239; b) 2 502, 2 511, 2 520, 2 529, 2 538, ..., 2 592; c) 6 300, 6 390. 16. a) A; b) F; c) F; d) A. 17. La ora 9:00. 18. 2. 19. a) A; b) F; c) A; d) F; e) A; f) F. 21. a) 8 și 16; b) 9 și 36 sau 18 și 27. 22. a) F; b) A; c) F; d) A; e) A. 23. Peste 12 săptămâni, adică la 2 august. 25. 502.

§ 3. 1. a) 29 m și 45 m; b) 63 kg, 35 kg și 57 kg. 2. a) 340 lei; b) Un album costă 11,5 lei; o carte costă 11,5 lei. 3. 19,25. 5. a) 6 pui și 14 iepuri; b) 16 cărți a câte 50 de pagini și 6 cărți a câte 90 de pagini. 6. a) 2 ani; b) 102 cărți în limba spaniolă, 152 de cărți în limba franceză și 204 cărți în limba engleză. 7. 560 m. 9. 20 de viței, 25 de rațe și 75 de găște.

§ 4. 2. c) 2,5; d) 2; e) 16; f) 6. 3. 2) c); d); f). 5. b) $S = \emptyset$; d) $S = \emptyset$; f) $S = \{600\}$; g) $S = \emptyset$; h) $S = \{5\}$. 9. b) $(t+5) \cdot 4 = 100$; $S = \{20\}$; d) $a : 8 \cdot 10 = 160$; $S = \{128\}$. 11. a) $S = \emptyset$; b) $S = \{1\}$; c) $S = \emptyset$; d) $S = \emptyset$. 12. a) 40 de automobile BMW; b) 93 de cărți în limba română; c) 192 de călători. 15. a) $S = \emptyset$; b) $S = \{25\}$.

Capitolul 2

§1. 5. a) Fals; c) Adevărat; d) Fals; e) Fals; f) Adevărat. 13. a) 65, -18, 22, 30, -11, -100, 2 011, 0. 17. a) 20; b) 8; c) 123; e) 0; h) 411. 18. a) 19; b) 33; c) 87; g) 215; h) 98. 19. a) {5; 6; 9; 11; 29; 388}. 22. a) $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$; d) $D = \{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. 23. a) Fals; b) Fals; c) Adevărat. 25. e) -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 28. $A(2)$. 30. a) {0, 2, -5, 10}; c) {-9, 3, -1, 8}. 32. a) $x = 15$ sau $x = -15$; b) $x = 123$ sau $x = -123$; c) $x = 0$; d) $x = 63$ sau $x = -63$. 34. a) -35; b) 64. 36. a) 35; b) 14; c) 48. 38. a) 1) {-4; 0; 5; 7; 21; 18; -8; 15}; 2) {5; 7}; 3) {-4; 0; 21}; 4) {18; -8; 15}. 39. a) $a = 12$; b) $a = 17$; c) $a = 25$. 42. a) $A = \{-2; 1; 0; 1; 2\}$; b) $B = \{-1; 0; 1\}$.

§2. 6. b) $-18 < -17 < -16$; d) $21 < 22 < 23$; f) $18 < 18,25 < 19$. 10. a) -24, -19, -18, 15, 16, 21, 63. 12. $a > 0$. 14. a) $b > a$; b) Nu se poate determina.

§3. 1. a) 10; b) -8; c) -9; d) 7. 2. a) -131; b) -35; d) -42. 6. a) -2; b) -10; c) -8; d) -13. 8. a) -6; b) -2; c) -1; d) 11; e) 12; f) -23; g) 25; h) -1. 10. a) -9; b) 2; c) 6; d) -6; e) 8; f) 0. 12. a) 27; b) -151; c) -27; d) -16; e) -185. 13. b) -280; c) -180. 14. a) -6; b) 0; c) 15. 16. a) -10; b) -41; c) -10; d) -40. 17. a) -100; b) -200. 20. 100. 22. a) 0; b) -97 778; c) -986 667.

§4. 2. a) -19; b) -12; c) 0; d) -25; e) -14; f) 39; g) 13; h) -22; i) 46. 3. a) 8; b) 12; c) 3; d) 3; e) -9; f) -6; g) -7; h) -7; i) 2. 6. a) $AB = 8$; b) $AB = 9$; c) $AB = 1$. 9. a) 8; b) -3; c) -18; d) 5; e) 1. 10. a) -8; b) -11; c) 2. 16. $C(4)$ și $AC = 16$.

§5. 2. a) -54; b) -105; c) 44; d) -17; e) 0. 7. a) -1 800; b) -560; c) 0; d) 960. 8. a) 1; b) -32. 11. a) -3; b) -12; c) -5; d) 12. 12. a) -12 600; b) 1 000; c) -1 300; d) -29. 13. a) -16; b) 32; c) -10; d) 143.

§6. 2. a) -13; b) 4; c) -7; d) -12; e) -19; f) -27; g) 0; h) 51; i) -11. 4. a) 16; b) -4; c) 6; d) -8. 6. a) 3; b) -3; c) -4; d) -2. 8. La ora 12:00. 9. a) -29; b) -6; c) 25; d) 3.

§7. 3. a) 1; b) 50 625; c) -1; d) 1; e) -343; f) 3 600; g) 10 000. 5. a) -67; b) -1 010; d) 118. 6. a) 1 942; b) -363; c) -370. 15. a) $S = \{-2; 2\}$; b) $S = \emptyset$; c) $x = \{-2\}$.

§ 8. 3. a) $S = \{-3\}$; b) $S = \{85\}$; c) $S = \{-1912\}$. 4. a) $S = \{-170\}$; b) $S = \{1992\}$; c) $S = \{-747\}$. 5. a) $S = \{27\}$; b) $S = \{-11\}$; c) $S = \{6\}$. 6. a) $S = \{160\}$; b) $S = \{380\}$; c) $S = \{342\}$. 7. a) $S = \{-24\}$; b) $S = \{100\}$; c) $S = \{-20\}$. 10. a) $S = \{4\}$; b) $S = \{5\}$; c) $S = \{-2592\}$. 11. a) $S = \{-10\}$; b) $S = \emptyset$; c) $S = \{5\}$; d) $S = \emptyset$. 12. a) $S = \{-18; 18\}$; b) $S = \emptyset$; c) $S = \{-2; 5\}$; d) $S = \{5\}$.

Capitolul 3

§ 1. 3. a) Adevărat; b) Fals; c) Adevărat; d) Fals. 4. a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{4}{5}$; c) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{2}{5}$; e) $\frac{3}{4}$; f) $\frac{7}{9}$. 5. a) $1\frac{2}{5}$; b) $2\frac{6}{11}$; c) $16\frac{1}{3}$; d) $3\frac{4}{7}$; e) $2\frac{6}{19}$; f) $3\frac{5}{42}$. 6. a) $\frac{17}{5}$; b) $\frac{31}{7}$; c) $\frac{31}{4}$; d) $\frac{23}{9}$; e) $\frac{83}{8}$. 7. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{3}{10}$; c) $\frac{38}{25}$; d) $\frac{103}{100}$; e) $\frac{43}{20}$; f) $\frac{57}{8}$. 9. a) $\frac{4}{7}$; b) $\frac{3}{5}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{3}$. 10. a) $1\frac{3}{8}$; b) $1\frac{1}{4}$; c) $\frac{7}{8}$; f) $\frac{27}{28}$; i) $\frac{17}{25}$; k) $\frac{47}{90}$. 11. a) $12\frac{11}{12}$; c) $18\frac{7}{36}$; g) $5\frac{11}{42}$. 12. $AB = 4\frac{29}{30}$ m. 13. $25\frac{7}{8}$ km/h. 14. $6\frac{3}{20}$ l. 15. $2\frac{7}{20}$ kg. 16. a) $\frac{1}{2}$; b) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{1}{3}$; d) 1. 17. a) $\frac{3}{10}$; b) $\frac{2}{9}$; c) $\frac{1}{8}$; d) $\frac{1}{6}$; e) $\frac{13}{28}$; f) $\frac{6}{35}$; g) $\frac{1}{18}$; h) $\frac{7}{36}$; i) $\frac{13}{60}$; j) $\frac{17}{24}$. 18. a) $6\frac{1}{35}$; b) $2\frac{1}{30}$; c) $\frac{7}{12}$; d) $7\frac{5}{11}$; g) $3\frac{5}{8}$; h) $\frac{43}{60}$. 19. $2\frac{2}{3}$ kg. 20. $7\frac{4}{9}$ kg. 22. $\frac{8}{21}$. 23. a) $\frac{13}{42}$; b) $1\frac{1}{60}$; c) $\frac{1}{10}$. 24. a) $4\frac{1}{5}$; b) $1\frac{5}{7}$; c) $1\frac{1}{5}$; d) $\frac{3}{10}$; e) $\frac{7}{30}$; f) $\frac{21}{44}$; g) $\frac{7}{36}$; h) $\frac{1}{8}$; i) $\frac{3}{10}$; j) $\frac{7}{15}$. 27. a) $4\frac{3}{8}$; b) $4\frac{8}{9}$; c) $2\frac{5}{8}$; d) $37\frac{1}{2}$. 28. a) $2\frac{1}{3}$; b) $6\frac{2}{3}$; c) 0. 29. 23 km/h. 30. $12\frac{4}{5}$ m². 34. a) $1\frac{1}{3}$; b) 9; c) 4; d) $1\frac{3}{7}$; e) 77; f) $\frac{3}{13}$; g) $\frac{1}{3}$; h) 2; i) $2\frac{1}{10}$; j) $3\frac{3}{7}$. 35. $\frac{25}{676}$ m². 36. $94\frac{1}{2}$ km/h. 37. $7\frac{4}{5}$ kg. 38. a) 18; b) 10; c) 6; f) $5\frac{5}{7}$; g) $\frac{1}{2}$; h) $\frac{2}{3}$. 39. 160 km. 41. 36. 42. 18 automobile. 43. 21 km. 44. a) 30; b) 16; c) 27; d) 10. 45. 18 lei. 46. 28 de elevi. 48. a) $\frac{53}{300}$; b) $\frac{989}{1512}$; c) $1\frac{3}{5}$; d) $1\frac{1}{2}$. 50. a) $1\frac{3}{10}$; b) $\frac{9}{14}$; c) $\frac{3}{14}$; d) $2\frac{1}{10}$; e) $\frac{1}{4}$; f) 1. 51. a) $1\frac{4}{5}$; b) $7\frac{1}{12}$. 56. $16\frac{11}{18}$ kg. 57. a) $1\frac{3}{5}$; b) $\frac{4}{5}$. 58. $1\frac{1}{2}$ min. 59. $96\frac{7}{12}$ kg. 60. Da. 61. $\frac{1}{2}$ kg.

62. 105 manuale. 63. $\mathcal{P} = 420$ cm; $\mathcal{A} = 11\,016$ cm². 65. a) 58,5; b) $\frac{7}{13}$.

67. $1\frac{5}{18}$ dm². 68. 2. 69. 28 de elevi. 70. Aceeași cantitate. 71. 27 de piersici.

§2. 7. a) 16,12; b) 15,258; c) 30,644; d) 16,032. 8. 26,1 km/h. 9. 0,4 kg.
10. a) 23,39; b) 12,423; c) 15,899; d) 23,643. 11. a) 37,287; b) 6,66; c) 91,89;
d) 0,814. 15. 47,7 kg. 16. a) 3,628; b) 1,478; c) 21,773; d) 2,31. 18. a) 0,608;
b) 0,3654; e) 0,024. 22. $\mathcal{P} = 21$ m; $\mathcal{A} = 25,46$ m². 23. a) 3,45; d) 19,55;
f) 0,125; g) 0,238. 24. 168 lei 60 bani. 25. 352,5 km. 26. a) 8; d) 2,2; f) 18;
h) 3 000. 27. În ziua a doua. 28. a) 2,19(63); b) 0,3(351); c) 0,4(09); d) 0,(384615);
e) 3,39(2105); f) 0,48(3); g) 0,4(592); h) 0,35(1). 41. a) 5,8; b) 1,0647;
c) 10,7663; d) 74,82. 42. Pentru prune, cu 20 lei 20 bani. 46. a) 31,03; b) 25,18;
c) 9,76; d) 2,84. 48. 6,3 cm. 49. Da. 51. a) 22,4 m²; b) 6 rulouri. 54. a) 0,096 g.
55. 20,4 km/h.

§3. 8. a) 10,6; b) 0,9; c) 10,24; d) $\frac{29}{48}$; e) $\frac{1}{8}$; f) 80. 9. a) $\frac{61}{5}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{20}$;
d) $-\frac{77}{25}$; e) $\frac{7}{8}$; f) $-\frac{12}{25}$; g) $-\frac{48}{25}$; h) $\frac{3}{8}$. 10. a) $1\frac{1}{2}$; b) $-3\frac{1}{5}$; c) $5\frac{1}{4}$; d) $-3\frac{1}{8}$;
e) $-7\frac{1}{200}$; f) $4\frac{1}{80}$. 11. e) 2,75; f) 0,35; g) 0,04. 12. a) $A = \left\{ \frac{5}{8}, \frac{3}{25}, \frac{17}{50} \right\}$;
c) $B = \left\{ \frac{7}{12}, \frac{6}{11}, \frac{13}{30} \right\}$; d) $B = \{0,58(3); 0,(54); 0,4(3)\}$. 25. a) -2,5; c) -3,7;
d) -1,9; e) $-\frac{1}{6}$; f) $\frac{3}{20}$; g) $-1\frac{8}{21}$; i) $-2\frac{11}{12}$; j) $-4\frac{3}{40}$; l) $-4\frac{3}{14}$; m) $\frac{13}{20}$;
o) $-1\frac{5}{24}$; p) $1\frac{1}{8}$. 30. a) 4,26; b) $\frac{7}{12}$; c) 0,39; d) -13. 31. a) 0,4; c) $-2\frac{1}{8}$;
d) 1; h) $1\frac{1}{2}$. 32. a) 0,96; b) -45; c) 2,4; d) $-\frac{2}{7}$; f) -6. 35. a) -3; b) -20;
c) 7,2; d) -9; e) 4; f) 0,3. 36. 9 lei. 37. 36,5 kg. 42. a) $\frac{44}{45}$; b) -2; c) $\frac{5}{6}$.
45. $\approx 24,3$ lei. 46. ≈ 1883 lei. 54. a) 0,(387); b) 2,0(5); c) 2,5(3); d) 9,(6).
56. a) $\{-1; 0\}$; b) $\{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$. 61. a) -2,754; b) -0,4; c) 0,01;
d) -0,475. 64. a) -1,4; b) 5; c) -1,4; d) 1,4; e) 5. 68. a) $1\frac{37}{40}$; b) $-3\frac{1}{4}$;
c) $-\frac{39}{70}$; d) $\frac{4}{5}$. 71. Furnica a doua. 73. a) $1\frac{7}{9}$; b) $-1\frac{3}{5}$; c) $-\frac{1}{180}$. 74. 12 ani.
75. 1,29 kg. 76. 32 de ani. 84. a) -7,2; b) 4,3. 86. 2,06 m. 87. Nu.

§ 4. 1. a) $S = \{69\}$; b) $S = \{-24\}$; c) $S = \{2,5\}$; d) $S = \{11,5\}$; e) $S = \{-4\}$; f) $S = \{3,8\}$; g) $S = \{3\}$; h) $S = \{2\}$. 3. a) $S = \{5\}$; b) $S = \{0\}$; c) $S = \{18\}$; d) $S = \{0\}$. 8. 14,6 kg; 10 kg. 9. 2 063 lei. 10. $\frac{9}{16}$ m². 11. 12 lei. 12. 14 m. 13. 14,5° și 20,5°. 14. 15 min.

Exerciții și probleme recapitulative

8. a) 1; b) $5\frac{5}{8}$. 9. a) 5; b) 4,1. 12. a) $S = \{-2,5; 2,5\}$; b) $S = \{-24; 24\}$; c) $S = \{-3,3; 3,3\}$; d) $S = \{-3,3; 0,7\}$; f) $S = \{-2,5; 7,7\}$. 13. 4 km.

Capitolul 4

§ 1. 1. a) 5,625; b) 4; c) 2,65; d) 7. 4. a) 20; b) 20; c) 8; d) 0,0028. 6. 0,6. 7. a) $\frac{5}{7}$; b) 1,041(6); c) 1,(1); d) 0,8. 9. a) 4,14 g/cm³; b) 1 300 kg/m³; c) 6 500 kg/m³. 10. 10,5 lei. 11. a) 2,8; b) -1. 12. 0,(5). 14. 84 km/h. 15. $AC = 7$ cm, $BC = 8$ cm. 16. 3 080 lei. 17. $459 = 51 + 102 + 306$. 18. $954 = 318 + 212 + 424$.

§ 2. 4. a) 1; b) 18; c) 12,5; d) 18; e) 1,2. 6. Problema are 4 soluții. Una dintre soluții este: a) $\frac{5,89}{6,08} = \frac{6,2}{6,4}$; b) $\frac{21}{37,8} = \frac{44}{79,2}$; c) $\frac{675}{1080} = \frac{1240}{1984}$; d) $\frac{0,06}{0,08} = \frac{0,3}{0,4}$. 7. b) $\frac{12}{8} = \frac{18}{12}$. 8. a) Da, deoarece $5 \cdot 18 = 6 \cdot 15$. b) Da; c) Nu; d) Da; e) Nu. 10. a) 1,5 km; b) 1,3 km; c) 4 km; d) 1,65 km. 12. a) 16; b) $ac = 60$, $bd = 15$. 13. a) $\approx 31,43$ cm; b) $\approx 3,14$ cm; c) $\approx 3,(18)$ cm; d) $\approx 0,16$ cm. 15. a) 20 m; b) 5,7 m.

§ 3. 1. a) Da; b) Nu; c) Da; d) Da. 3. a) Adevărat; b) Fals; c) Fals; d) Adevărat. 4. a) 6 zile; b) 10 zile. 5. a) 9,6 kg; 144 kg; 200 g; b) 0,875 l; 3,75 l. 6. a) 5 min. 20 sec.; 6 min. 40 sec.; b) 25 l; 45 l; 300 l. 7. Pentru 6 porții: 450 g de varză, 150 g de salam, 9 ouă, 150 g de șuncă, 120 g de maioneză, 3 cepe. 8. a) 5 g; b) 20 g. 9. a) 9,36 g; b) 15,328 g. 11. a) 37,5 kg; 22,5 kg; b) 300 l; 60 l. 14. a) $4960 = 992 + 1860 + 2108$; b) $9200 = 2100 + 3300 + 3800$. 15. 15, 20, 25. 16. 15 000, 30 000, 45 000. 17. 16, 24, 40, 56.

§ 4. 1. a) Da; b) Nu; c) Da; d) Da. 3. a) Adevărat; b) Fals; c) Adevărat; d) Fals. 4. 32 km/h. 5. 4 zile. 6. 15 muncitori. 7. a) 12 h; 4 h; 48 h; b) 16 persoane; 3 persoane; 48 de persoane. 8. a) 10 min.; b) 6 min. 40 sec. 9. a) 75; b) 20; c) 50. 10. a) 48; b) 45; c) 72. 11. 20. 12. 4 min. 48 sec. 15. a) $y = \frac{12}{x}$. 17. 4 km 800 m.

§5. 3. a) 10%; b) 20%; c) 26%. **5.** a) 50%; b) 25%; c) 75%; d) 10%; e) 0,5%; f) 0,1%. **6.** a) 62%; b) 83%; c) 98,89%. **7.** a) 50%; b) 25%; c) 75%; d) 40%; e) 48%; f) 45%; g) 0,5%; h) 54%; i) 0,75%; j) 175%; k) 150%; l) 37,5%. **8.** a) 4%; b) 50%; c) 25%; d) 97%; e) 101%; f) 223%; g) 20,4%; h) 679,1%; i) 33,(3)%; j) 66,(6)%; k) 512,3%; l) 100%. **9.** a) $\frac{3}{4}$; b) $\frac{2}{5}$; c) $\frac{6}{25}$; d) 1; e) $\frac{1}{2}$; f) $\frac{3}{5}$; g) $\frac{3}{20}$; h) $\frac{1}{20}$; i) $\frac{13}{2}$; j) $\frac{1}{200}$; k) $\frac{1}{400}$; l) $\frac{3}{400}$; m) $\frac{11}{5}$. **10.** a) 0,03; b) 0,07; c) 0,18; d) 0,44; e) 0,009; f) 0,0025; g) 0,394; h) 0,621; i) 0,4159; j) 0,5648. **12.** a) 22%; b) 40%; c) 25%; d) 37,5%; e) 0,05%; f) 1%; g) 80%; h) 100%; i) 0,1(6)%. **13.** ARISTOTEL. **15.** 25%. **16.** a) 40%; b) 60%; c) 36%; d) 40%. **19.** 50%. **20.** a) 37,5%; b) 150%; 100%. **21.** a) Da.

§6. 1. a) 2; b) 4; c) 20; d) 48; e) 1,5 lei; f) 6 cm; g) 18 dolari; h) 144; i) 342; j) 256; k) 385; l) 138,6. **2.** b) 200; c) 128; d) 800; e) 80; f) 80; g) 200; h) 125; i) 225. **3.** a) 300 lei; b) 120 lei; c) 140 m; d) 72 cm; e) 10 300 lei; f) 13 800 lei; g) 1 m 1mm; h) 1 l 90 ml. **5.** a) 5%; b) 10%; c) 25%; d) 9%. **7.** a) Fals; b) Adevărat; c) Fals; d) Adevărat; e) Fals. **8.** 1 m 47 cm. **9.** 972 692. **10.** 2 736 000. **11.** $\approx 8,26\%$. **12.** 800 g. **13.** 1,495%. **14.** Cu 56%. **15.** 72%. **16.** 1500 lei. **17.** 1000 lei. **18.** 60%. **19.** a) 44,4; b) $11\frac{1}{9}$. **21.** a) 250%; b) 83,(3)%; c) 600%; d) 13,(3)%. **22.** Vor ajunge în același timp.

Exerciții și probleme recapitulative

1. a) 0,4; b) 3,5; c) 0,36; d) 1,5. **3.** a) $a < b$; b) $a < b$; c) $a > b$; d) $a > b$; e) $a < b$; f) $a < b$. **4.** a) 1; b) 13. **6.** a) $\frac{5}{6} = \frac{20}{24} = \frac{30}{36} = \frac{10}{12} = \frac{7,5}{9}$. b) $\frac{3,5}{0,5} = \frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{8,4}{1,2} = \frac{67,2}{9,6} = \frac{49}{7}$. **7.** a) Făina de grâu este mai scumpă; b) suc de roșii este mai scump; c) faianța este mai ieftină; d) țeava zincată este mai scumpă. **8.** a) $\frac{8}{9} = \frac{16}{18}$; b) $\frac{7,5}{6} = \frac{5}{4}$; c) $\frac{2,4}{0,96} = \frac{4}{1,6}$; d) $\frac{10}{0,4} = \frac{2}{0,08}$. **9.** a) Da; b) Da; c) Nu; d) Da. **10.** a) 9 l; 21,6 l; 60 l; b) 37,5 l; 5 l; $4\frac{1}{6}$ l. **11.** 15 ore. **13.** $\frac{9}{11}$. **14.** a) 25%; b) 28%; c) 90%; d) 750%; e) 91%; f) 214%; g) 125%; h) 262,5%. **15.** a) 41,(6)%; b) 66,(6)%; c) 62,5%; d) $63\frac{3}{19}\%$. **16.** a) 153 lei; b) 192 lei; c) 2 625 lei; d) 1 924 lei. **17.** 87%. **20.** 300 W; 480 W.

21. 9 cm. 22. a) Standard; b) În cazul pachetului Standard, domnul Bănuț va contribui cu 17,07 lei, iar Nelu – cu 21,33 lei. În cazul pachetului Econom, domnul Bănuț va contribui cu 29,33 lei, iar Nelu – cu 36,67 lei. 23. Același preț: 340 lei/m². 24. 0,2. 25. 6 și 9. 26. 8 și 12. 27. 14,8 și 2,5. 28. a) 4,5; b) 0,75; c) 80; d) 2,4. 29. a) 48; b) 30; c) 4; d) 80. 30. 45 %. 31. 2 430 lei. 34. Cu 25 %. 35. a) 125 %; b) 44,(4) %. 36. a) 5; b) 25. 37. a) $1\frac{2}{9}$; b) $\frac{2}{11}$; c) $\frac{2}{9}$; d) $1\frac{1}{6}$. 38. $a = 12$, $b = 15$.

Capitolul 5

§1. 8. a) 18,8 cm; b) 24 cm; c) 39,6 cm; d) 16,2 cm. 11. 12 moduri: $AB, BA, AC, CA, AD, DA, BC, CB, BD, DB, CD, DC$. 12. 20 cm. 13. 12 cm. 14. 7. 15. $C(-2,5; -2)$, $D(-2; 2)$, $E(2,5; -2)$, $F(5; 2,5)$, $G(2; 3)$, $H(-3; 1)$, $L(-1; 4,5)$, $K(5; 1)$.

§2. 6. a) 90°; b) 180°; c) 150°; d) 60°. 7. a) 125°; b) 22°; c) 71°. 8. a) 5 min.; b) 10 min.; c) 22 min. 30 sec.; d) 10 sec. 9. a) 65°7'; b) 82°42'; c) 24°7'; d) 3°8'. 10. a) 36°; b) 72°; c) 144°; d) 108°. 12. a) 22°30'; b) 48°30'; c) 151°16'; d) 134°58'. 13. a) 40°9'; b) 34°27'; c) 89°13'12". 14. a) 75°; b) 111°; c) 112°30'; d) 33°; e) 46°30'. 15. a) $m(\angle BOC) = m(\angle AOD) = 156^\circ$, $m(\angle COD) = 24^\circ$. 16. $m(\angle AMN) = m(\angle MND) = m(\angle CNK) = 63^\circ$, $m(\angle AMP) = m(\angle BMN) = m(\angle CNM) = m(\angle DNK) = 117^\circ$.

§3. 4. a) 19 cm; b) 4,5 cm. 5. a) 5; b) 9. 6. a) 64 cm²; b) $10\frac{9}{10}$ cm²; c) 4,2025 cm²; d) 53,(7) cm². 7. a) 60 cm²; b) 20,4 cm²; c) 50 cm². 11. a) 14 cm; b) 11,(1) cm; c) 119,8 cm; d) 20,(4) cm.

§4. 6. b) 12,8π cm; c) 4,5(3)π cm; d) 2 cm. 7. b) $\frac{9}{16}\pi$ cm²; c) 5,(4)π cm²; d) $\frac{4}{\pi}$ cm². 8. b) 0,49π cm²; c) $\frac{25}{\pi}$ cm²; d) $4\frac{76}{81}$ cm². 11. a) Aparține interiorului cercului; b) aparține cercului; c) aparține exteriorului cercului; d) aparține interiorului cercului. 12. a) 2; b) 0; c) 2; d) 1; e) 0. 14. a) 8π cm; b) 3π cm; c) $5\frac{1}{7}\pi$ cm. 16. a) 8π cm²; b) 9π cm²; c) 48π cm².

§5. 4. b) 18,(962) cm³; c) 101,(629) cm³. 5. b) 104 cm³; c) 399 cm³. 6. b) 160,1(6) cm²; c) 27,30(6) cm². 7. b) 91,(3) cm²; c) 612,(6) cm². 12. a) 305 cm³; b) 1120 cm³. 13. 2,35 m. 14. 31 980 kg. 15. 4,8 m. 16. ≈ 7 kg 20g. 17. a) 5 cm; b) 25 cm; c) 20 cm. 18. 1000 cm³. 19. Pentru o zi.

Cuprins

Capitolul 1. Numere naturale. Recapitulare și completări

§ 1. Mulțimea numerelor naturale	4
§ 2. Divizibilitate	13
§ 3. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor	21
§ 4. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea \mathbb{N}	27
<i>Să recapitulăm</i>	32
<i>Test sumativ</i>	34

Capitolul 2. Numere întregi

§ 1. Mulțimea numerelor întregi	36
§ 2. Compararea și ordonarea numerelor întregi	46
§ 3. Adunarea numerelor întregi	50
§ 4. Scăderea numerelor întregi	55
§ 5. Înmulțirea numerelor întregi	60
§ 6. Împărțirea numerelor întregi	64
§ 7. Puterea unui număr întreg cu exponent număr natural. Ordinea efectuării operațiilor	67
§ 8. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea \mathbb{Z}	72
<i>Să recapitulăm</i>	75
<i>Exerciții și probleme recapitulative</i>	76
<i>Test sumativ</i>	78

Capitolul 3. Numere raționale

§ 1. Frații. Operații cu fracții	80
§ 2. Numere zecimale. Operații cu numere zecimale	102

§ 3. Mulțimea numerelor raționale	117
§ 4. Rezolvarea ecuațiilor în mulțimea \mathbb{Q}	145
<i>Să recapitulăm</i>	149
<i>Exerciții și probleme recapitulative</i>	150
<i>Test sumativ</i>	152

Capitolul 4. Rapoarte și proporții

§ 1. Rapoarte	154
§ 2. Proporții	158
§ 3. Mărimi direct proporționale	164
§ 4. Mărimi invers proporționale	170
§ 5. Procente	176
§ 6. Rezolvarea problemelor cu procente	182
§ 7. Elemente de probabilități și organizare a datelor	187
<i>Să recapitulăm</i>	193
<i>Exerciții și probleme recapitulative</i>	194
<i>Test sumativ</i>	198

Capitolul 5. Elemente de geometrie

§ 1. Noțiuni geometrice de bază	200
§ 2. Unghiuri	206
§ 3. Poligoane	212
§ 4. Cercul. Discul	219
§ 5. Corpuri geometrice	224
<i>Să recapitulăm</i>	230
<i>Exerciții și probleme recapitulative</i>	232
<i>Test sumativ</i>	235
Răspunsuri	236